Dissertação de Mestrado

Inatel
Instituto Nacional de Telecomunicações

DETECTORES ADAPTATIVOS ROBUSTOS PROJETADOS VIA OTIMIZAÇÃO CONVEXA PARA SENSORIAMENTO ESPECTRAL EM RÁDIOS COGNITIVOS SOB RUÍDO IMPULSIVO

CARLOS FRANCISCO DE ALMEIDA CAVALCANTI RIBEIRO

ABRIL/2013

Instituto Nacional de Telecomunicações

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM
TELECOMUNICAÇÕES

DETECTORES ADAPTATIVOS ROBUSTOS PROJETADOS VIA OTIMIZAÇÃO CONVEXA PARA SENSORIAMENTO ESPECTRAL EM RÁDIOS COGNITIVOS SOB RUÍDO IMPULSIVO

Santa Rita do Sapucaí
2013

DETECTORES ADAPTATIVOS ROBUSTOS PROJETADOS VIA OTIMIZAÇÃO CONVEXA PARA SENSORIAMENTO ESPECTRAL EM RÁDIOS COGNITIVOS SOB RUÍDO IMPULSIVO

CARLOS FRANCISCO DE ALMEIDA CAVALCANTI RIBEIRO

Dissertação apresentada ao Instituto Nacional de Telecomunicações, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Telecomunicações.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Dayan Adionel Guimarães

Santa Rita do Sapucaí
2013

Ribeiro, Carlos Francisco de Almeida Cavalcanti
R484d
Detectores Adaptativos Robustos Projetados via Otimização Convexa para Sensoriamento Espectral em Rádios Cognitivos sob Ruído Impulsivo. / Carlos Francisco de Almeida Cavalcanti Ribeiro. – Santa Rita do Sapucaí, 2013.
103 p.

Orientador: Prof. PhD. Dayan Adionel Guimarães
Dissertação de Mestrado – Engenharia de Telecomunicações – Instituto Nacional de Telecomunicações – INATEL.
Inclui bibliografia.
1. Detectores Adaptativos 2. Otimização Convexa 3. Rádio Cognitivo 4. Ruído Impulsivo 5. Sensoriamento Espectral por Autovalores 6. Engenharia de Telecomunicações. I. Guimarães, Dayan Adionel. II. Instituto Nacional de Telecomunicações – INATEL. III. Título.
CDU 621.39

FOLHA DE APROVAÇÃO

Dissertação defendida e aprovada em _____ / 04 / 2013,
pela comissão julgadora:

_____
(Prof. Dr. Dayan Adionel Guimarães/INATEL)

_____
(Prof. Dr. Rausley Adriano Amaral de Souza /INATEL)

_____
(Prof. Dr. Ugo Silva Dias – UnB)

_____
Prof. Dr. Luciano Leonel Mendes
Coordenador do Curso de Mestrado

A minha mãe
(in memoriam),
minha eterna incentivadora.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dayan Adionel Guimarães pela orientação, dedicação e motivação fornecidas durante a elaboração deste trabalho.

À minha esposa, Viviane, que esteve sempre ao meu lado apoiando e incentivando neste momento.

A todos os colegas, professores e funcionários do Departamento de Telecomunicações do Instituto Nacional de Telecomunicações pela amizade e apoio.

ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS vii

LISTA DE TABELAS xiii

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS xiv

LISTA DE SÍMBOLOS xv

RESUMO xix

ABSTRACT xx

1. INTRODUÇÃO 1

1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO 1

1.2. TRABALHOS RELACIONADOS E CONTRIBUIÇÕES 2

1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO 3

1.4. PUBLICAÇÕES 4

2. FUNDAMENTOS SOBRE SENSORIAMENTO ESPECTRAL 5

2.1. CONCEITOS INICIAIS 5

2.2. SENSORIAMENTO ESPECTRAL POR AUTOVALORES 11

3. FUNDAMENTOS SOBRE O PROJETO DOS DETECTORES VIA OTIMIZAÇÃO CONVEXA 15

3.1. NOÇÕES SOBRE OTIMIZAÇÃO CONVEXA 15

3.2. PROJETO DOS DETECTORES 23

3.3. DETECTORES DETERMINÍSTICOS E ALEATÓRIOS 24

3.4. DETECTORES MINIMAX E MINIMAX ROBUSTOS 26

4. PROJETO DE DETECTORES VIA OTIMIZAÇÃO CONVEXA PARA SENSORIAMENTO ESPECTRAL SOB RUÍDO IMPULSIVO 31

4.1. MODELO DE RUÍDO IMPULSIVO 31

4.2. PROCEDIMENTO DE PROJETO 32

4.3. PROJETO DOS DETECTORES VIA CVX 42

5. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO 45
5.1. INTRODUÇÃO 45
5.2. PAPR x IRI 47
5.3. ROBUSTO x NÃO ROBUSTO 53
5.4. ADAPTATIVO x NÃO ADAPTATIVO 58
5.5. ADAPTATIVO x NÃO ADAPTATIVO SEM RUÍDO IMPULSIVO 70

6. CONCLUSÕES E OPORTUNIDADES PARA FUTURAS PESQUISAS 76

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 78

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Terminal RC1 interfere no terminal UP2 por estar sob sombreamento 8

Figura 2.2 - Terminal RC1 interfere no terminal UP2 devido ao desvanecimento por múltiplos percursos 8

Figura 2.3 - Sensoriamento cooperativo centralizado 9

Figura 2.4 - Sensoriamento cooperativo distribuído 10

Figura 2.5 - Sensoriamento cooperativo assistido por retransmissão 10

Figura 3.1 – Interpretação geométrica de um LP. 18

Figura 4.1 - Forma de onda de gatilhamento (acima) e forma de onda do ruído impulsivo (abaixo) [10]. 32

Figura 4.2 - Histograma das amostras quantizadas da variável de decisão, utilizando a técnica ED (*K*=0). 38

Figura 4.3 - Histograma das amostras quantizadas da variável de decisão, utilizando a técnica ED (*K*=5). 38

Figura 4.4 - Histograma das amostras quantizadas da variável de decisão, utilizando a técnica ERD (*K*=0). 39

Figura 4.5 - Histograma das amostras quantizadas da variável de decisão, utilizando a técnica ERD (*K*=5). 39

Figura 4.6 - Histograma das amostras quantizadas da variável de decisão, utilizando a técnica RLRT (*K*=0). 40

Figura 4.7 - Histograma das amostras quantizadas da variável de decisão, utilizando a técnica RLRT (*K*=5). 40

Figura 4.8 - Histograma das amostras quantizadas da variável de decisão, utilizando a técnica GLRT (*K*=0). 41

Figura 4.9 - Histograma das amostras quantizadas da variável de decisão, utilizando a técnica GLRT (*K*=5). 41

Figura 5.1 – ROC PAPR × IRI (ED) com SNR= -5 dB e *K*=1. 49

Figura 5.2 – ROC PAPR × IRI (ED) com SNR= -5 dB e *K*=5. 49

Figura 5.3 - ROC PAPR × IRI (ED) com SNR= -7 dB e *K*=1..... 49

Figura 5.4 - - ROC PAPR × IRI (ED) com SNR= -7 dB e *K*=5. 49

Figura 5.5 - ROC PAPR × IRI (RLRT) com SNR= -5 dB e *K*=1. 50

Figura 5.6 - ROC PAPR × IRI (RLRT) com SNR= -5 dB e *K*=5. 50

Figura 5.7 - ROC PAPR × IRI (RLRT) com SNR= -7 dB e *K*=1. 50

Figura 5.8 - ROC PAPR × IRI (RLRT) com SNR= -7 dB e *K*=5. 50

Figura 5.9 - ROC PAPR × IRI (ERD) com SNR= -5 dB e *K*=1. 51

Figura 5.10 - ROC PAPR × IRI (ERD) com SNR= -5 dB e *K*=5. 51

Figura 5.11 - ROC PAPR × IRI (ERD) com SNR= -7 dB e *K*=1. 51

Figura 5.12 - ROC PAPR × IRI (ERD) com SNR= -7 dB e *K*=5. 51

Figura 5.13 - ROC PAPR × IRI (GLRT) com SNR= -5 dB e *K*=1. 52

Figura 5.14 - ROC PAPR × IRI (GLRT) com SNR= -5 dB e *K*=5. 52

Figura 5.15 - ROC PAPR × IRI (GLRT) com SNR= -7 dB e *K*=1. 52

Figura 5.16 - ROC PAPR × IRI (GLRT) com SNR= -7 dB e *K*=5. 52

Figura 5.17 - ROC Robusto × Não Robusto (ED) com SNR= -5 dB e *K*=1..... 54

Figura 5.18 - ROC Robusto × Não Robusto (ED) com SNR= -5 dB e *K*=5..... 54

Figura 5.19 - ROC Robusto × Não Robusto (ED) com SNR= -7 dB e *K*=1..... 54

Figura 5.20 - ROC Robusto × Não Robusto (ED) com SNR= -7 dB e *K*=5..... 54

Figura 5.21 - ROC Robusto × Não Robusto (RLRT) com SNR= -5 dB e *K*=1..... 55

Figura 5.22 - ROC Robusto × Não Robusto (RLRT) com SNR= -5 dB e *K*=5..... 55

Figura 5.23 - ROC Robusto × Não Robusto (RLRT) com SNR= -7 dB e *K*=1..... 55

Figura 5.24 - ROC Robusto × Não Robusto (RLRT) com SNR= -7 dB e *K*=5..... 55

Figura 5.25 - ROC Robusto × Não Robusto (ERD) com SNR= -5 dB e *K*=1. 56

Figura 5.26 - ROC Robusto × Não Robusto (ERD) com SNR= -5 dB e *K*=5. 56

Figura 5.27 - ROC Robusto × Não Robusto (ERD) com SNR= -7 dB e *K*=1. 56

Figura 5.28 - ROC Robusto × Não Robusto (ERD) com SNR= -7 dB e *K*=5. 56

Figura 5.29 - ROC Robusto × Não Robusto (GLRT) com SNR= -5 dB e *K*=1. ... 57

Figura 5.30 - ROC Robusto × Não Robusto (GLRT) com SNR= -5 dB e *K*=5. ... 57

Figura 5.31 - ROC Robusto × Não Robusto (GLRT) com SNR= -7 dB e *K*=1. 57

Figura 5.32 - ROC Robusto × Não Robusto (GLRT) com SNR= -7 dB e *K*=5. 57

Figura 5.33 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (ED) com SNR= -5 dB e *K*=1. 61

Figura 5.34 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (ED) com SNR= -5 dB e *K*=5. 61

Figura 5.35 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (ED) com SNR= -7 dB e *K*=1. 61

Figura 5.36 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (ED) com SNR= -7 dB e *K*=5. 61

Figura 5.37 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (RLRT) com SNR= -5 dB e *K*=1. 62

Figura 5.38 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (RLRT) com SNR= -5 dB e *K*=5. 62

Figura 5.39 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (RLRT) com SNR= -7 dB e *K*=1. 62

Figura 5.40 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (RLRT) com SNR= -7 dB e *K*=5. 62

Figura 5.41 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (ERD) com SNR= -5 dB e *K*=1. 63

Figura 5.42 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (ERD) com SNR= -5 dB e *K*=5. 63

Figura 5.43 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (ERD) com SNR= -7 dB e *K*=1. 63

Figura 5.44 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (ERD) com SNR= -7 dB e *K*=5. 63

Figura 5.45 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (GLRT) com SNR= -5 dB e *K*=1. 64

Figura 5.46 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (GLRT) com SNR= -5 dB e *K*=5. 64

Figura 5.47 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (GLRT) com SNR= -7dB e K=*1*. 64

Figura 5.48 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (GLRT) com SNR= -7 dB e *K*=5. 64

Figura 5.49 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (ED) com SNR= -5 dB e *K*=1. 66

Figura 5.50 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (ED) com SNR= -5 dB e *K*=5. 66

Figura 5.51 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (ED) com SNR= -7 dB e *K*=1. 66

Figura 5.52 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (ED) com SNR= -7 dB e *K*=5. 66

Figura 5.53 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (RLRT) com SNR= -5 dB e *K*=1. 67

Figura 5.54 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (RLRT) com SNR= -5 dB e *K*=5. 67

Figura 5.55 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (RLRT) com SNR= -7 dB e *K*=1. 67

Figura 5.56 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (RLRT) com SNR= -7 dB e *K*=5. 67

Figura 5.57 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (ERD) com SNR= -5 dB e *K*=1. 68

Figura 5.58 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (ERD) com SNR= -5 dB e *K*=5. 68

Figura 5.59 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (ERD) com SNR= -7 dB e *K*=1. 68

Figura 5.60 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (ERD) com SNR= -7 dB e *K*=5. 68

Figura 5.61 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (GLRT) com SNR= -5 dB e *K*=1. 69

Figura 5.62 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (GLRT) com SNR= -5 dB e *K*=5. 69

Figura 5.63 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (GLRT) com SNR= -7 dB e *K*=1. 69

Figura 5.64 - ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (GLRT) com SNR= -7 dB e *K*=5. 69

Figura 5.65 – ROC (ED) para SNR = -5 dB e *K*=0 e matriz **T** do detector não adaptativo sem ruído. 72

Figura 5.66 - ROC (ED) para SNR = -5 dB e *K*=0 e matriz **T** do detector não adaptativo com ruído. 72

Figura 5.67 - ROC (ED) para SNR = -7 dB e *K*=0 e matriz **T** do detector não adaptativo sem ruído. 72

Figura 5.68 - ROC (ED) para SNR = -7 dB e *K*=0 e matriz **T** do detector não adaptativo com ruído. 72

Figura 5.69 - ROC (RLRT) para SNR = -5 dB e *K*=0 e matriz **T** do detector não adaptativo sem ruído. 73

Figura 5.70 - ROC (RLRT) para SNR = -5 dB e *K*=0 e matriz **T** do detector não adaptativo com ruído. 73

Figura 5.71 - ROC (RLRT) para SNR = -7 dB e *K*=0 e matriz **T** do detector não adaptativo sem ruído. 73

Figura 5.72 - ROC (RLRT) para SNR = -7 dB e *K*=0 e matriz **T** do detector não adaptativo com ruído. 73

Figura 5.73 - ROC (ERD) para SNR = -5 dB e *K*=0 e matriz **T** do detector não adaptativo sem ruído. 74

Figura 5.74 - ROC (ERD) para SNR = -5 dB e *K*=0 e matriz **T** do detector não adaptativo com ruído. 74

Figura 5.75 - ROC (ERD) para SNR = -7 dB e *K*=0 e matriz **T** do detector não adaptativo sem ruído. 74

Figura 5.76 - ROC (ERD) para SNR = -7 dB e *K*=0 e matriz **T** do detector não adaptativo com ruído. 74

Figura 5.77 - ROC (GLRT) para SNR = -5 dB e *K*=0 e matriz **T** do detector não adaptativo sem ruído. 75

Figura 5.78 - ROC (GLRT) para SNR = -5 dB e *K*=0 e matriz **T** do detector não adaptativo com ruído. 75

Figura 5.79 - ROC (GLRT) para SNR = -7 dB e *K*=0 e matriz **T** do detector não adaptativo sem ruído. 75

Figura 5.80 - ROC (GLRT) para SNR = -7 dB e *K*=0 e matriz **T** do detector não adaptativo com ruído. 75

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Operação dos detectores conforme a matriz **T** escolhida. 25

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANATEL	Agência Nacional de Telecomunicações
AWGN	*Additive white gaussian noise*
CF	Centro de fusão
CVX	Aplicativo para solução de problemas de Otimização Convexa
ED	*Energy detection*
ERD	*Eigenvalue ratio detection*
GLRT	*Generalized likelihood ratio test*
I.I.D.	Independentes e identicamente distribuídas
LP	*Linear program*
LRT	*Likelihood ratio test*
MAP	Máximo *a posteriori*
MED	*Maximum eigenvalue detection*
MMED	*Maximum-minimum eigenvalue detection*
MV	Máxima verossimilhança
NP	Neyman-Pearson
PAPR	*Peak-to-average power ratio*
RC	Rádio cognitivo
RI	Ruído Impulsivo
ROC	*Receiver operating characteristic*
RLRT	*Roy's largest root test*
SNR	*Signal-to-noise ratio*
UP	Usuário Primário

LISTA DE SÍMBOLOS

$(\cdot)^{\dagger}$	Conjugado transposto de $(\cdot)$
$(.)^{\mathrm{H}}$	Conjugado Hermitiano de $(\cdot)$
$(\cdot)^{T}$	Transposto de $(\cdot)$
$\|\|\cdot\|\|_F$	Norma de Frobenius
1	Vetor com todos os seus componentes iguais a 1
$\mathbb{C}^{m\times n}$	Conjunto de matrizes complexas de ordem $m\times n$
dom f	Domínio da função f
D	Matriz de detecção
E[X]	Valor esperado de X
$f: A \rightarrow B$	f é uma função do conjunto dom $f \subseteq A$ no conjunto B
H	Matriz do canal de comunicação
$\mathcal{H}_0$	Hipótese que considera ausência do sinal primário durante o período de sensoriamento do espectro
$\mathcal{H}_1$	Hipótese que considera presença do sinal primário durante o período de sensoriamento do espectro
I_{RI}	Indicador de presença ou ausência de RI nas amostras coletadas
K	Razão entre a potência de média do RI e a potência média do ruído térmico
m	Número de antenas em um rádio cognitivo ou número de rádios cognitivos em cooperação em uma rede secundária
n	Número total de amostras coletadas por um rádio cognitivo

N_{v}	Número de amostras da variável aleatória
N_{b}	Número de rajadas de RI que ocorrem durante o sensoriamento
N_s	Comprimento da rajada do RI
p	Número de usuários primários
p_{IN}	Probabilidade de ocorrer RI durante o período de sensoriamento
p_{CR}	Fração de RC's atingidos pelo RI durante o período de sensoriamento
$\mathrm{pr}\,(\cdot)$	Probabilidade do evento $(\cdot)$
$\mathbf{P}$	Matriz das distribuições de probabilidade
P_{fa}	Probabilidade de falso alarme
P_d	Probabilidade de detecção
$\mathbf{R}$	Matriz de covariância do sinal recebido
$\mathbb{R}$	Conjunto dos números reais
$\mathbb{R}^n$	Conjunto dos vetores reais de ordem n
$\mathbb{R}^{m\times n}$	Conjunto das Matrizes Reais de ordem $m\times n$
$\mathbf{T}$	Matriz de operação do detector
$\mathbf{T}_{\mathrm{mri}}$	Matriz de operação do detector *minimax* projetado para ruído impulsivo
$\mathbf{T}_{\mathrm{msr}}$	Matriz de operação do detector *minimax* projetado sem ruído impulsivo
$\mathbf{T}_{\mathrm{rri}}$	Matriz de operação do detector *minimax* robusto projetado para ruído impulsivo

$\mathbf{T}$rsr	Matriz de operação do detector *minimax* robusto projetado sem ruído impulsivo
T0	Valores da variável aleatória quantizados para hipótese $\mathcal{H}_0$
T1	Valores da variável aleatória quantizados para hipótese $\mathcal{H}_1$
$\mathrm{tr}(\cdot)$	Traço da matriz
$\mathbf{V}$	Matriz de ruído
$\mathbf{V}_{\mathrm{IN}}$	Matriz de ruído impulsivo
$\mathbf{X}$	Matriz dos sinais transmitidos
$\mathbf{x} \preceq \mathbf{y}$	Desigualdade vetorial componente a componente entre os vetores $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$
$\mathbf{x} \prec \mathbf{y}$	Desigualdade vetorial estrita componente a componente entre os vetores $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$
$\mathbf{X} \preceq \mathbf{Y}$	Desigualdade matricial entre as matrizes simétricas $\mathbf{X}$ e $\mathbf{Y}$
$\mathbf{X} \prec \mathbf{Y}$	Desigualdade matricial estrita entre as matrizes simétricas $\mathbf{X}$ e $\mathbf{Y}$
$\mathbf{Y}$	Matriz dos sinais recebidos
Z_{ED}	Estatística de teste para a detecção de energia
Z_{GLRT}	Estatística de teste baseada na relação de máxima verossimilhança generalizada
$Z_{\mathrm{RLRT(MED)}}$	Estatística de teste baseada na relação entre máximo autovalor e a variância do ruído
Z_{MMED}	Estatística de teste baseada na relação entre o máximo e o mínimo autovalores
γ	Limiar de decisão

λ_i	*i*-ésimo autovalor da matriz de covariância **R**
λ_1	Máximo autovalor da matriz de covariância **R**
λ_m	Mínimo autovalor da matriz de covariância **R**
σ^2	Variância do ruído (térmico + impulsivo)
σ_v^2	Variância do ruído térmico
(δ, υ)	Multiplicadores de Lagrange

RESUMO

RIBEIRO, C.F.A.C. Detectores adaptativos robustos projetados via otimização convexa para sensoriamento espectral em rádios cognitivos sob ruído impulsivo. Santa Rita do Sapucaí, 2013. Instituto Nacional de Telecomunicações.

Nesta dissertação propõe-se uma nova abordagem para o projeto de detectores ótimos adaptativos para sensoriamento espectral cooperativo com decisão centralizada e baseado nos autovalores da matriz de covariância do sinal recebido. O projeto é tratado como um problema de otimização convexa a partir do qual são desenvolvidos detectores sob o critério minimax, adaptados à presença e ausência de ruído impulsivo. Detectores não robustos e robustos são analisados. No primeiro caso se conhece *a priori* a distribuição da estatística de teste de hipóteses, enquanto no segundo admite-se apenas o conhecimento de alguns momentos desta estatística. Quatro técnicas de detecção são analisadas: a detecção de energia, a detecção pela relação entre o máximo autovalor e a variância de ruído, a detecção pela relação entre o máximo e mínimo autovalores e o teste de razão de verossimilhança generalizado. O projeto e a avaliação de desempenho dos detectores são realizados sob influência de ruído impulsivo. Verifica-se que os desempenhos dos detectores adaptativos e não adaptativos são similares na ausência de ruído impulsivo, para todas as técnicas avaliadas. Entretanto, observa-se que o detector adaptativo apresenta desempenho superior sob ruído impulsivo, principalmente nas situações de alta relação sinal-ruído e alta potência de ruído impulsivo. Os detectores adaptativos robustos, independente da técnica de detecção, revelam superioridade de desempenho em relação aos não robustos sob ruído impulsivo, com a vantagem adicional de não requererem informação *a priori* sobre a distribuição da estatística de teste.

Palavras-chave: CVX, detector adaptativo, detector minimax, detector minimax robusto, otimização convexa, rádio cognitivo, ruído impulsivo, sensoriamento espectral por autovalores.

ABSTRACT

RIBEIRO, C.F.A.C. Detectores adaptativos robustos projetados via otimização convexa para sensoriamento espectral em rádios cognitivos sob ruído impulsivo. Santa Rita do Sapucaí, 2013. Instituto Nacional de Telecomunicações.

This master thesis proposes a new approach for the design of optimal adaptive detectors for centralized cooperative spectrum sensing based on the eigenvalues of the received signal covariance matrix. The project is treated as a convex optimization problem from which detectors are developed under the minimax criterion, adapted to the presence and absence of impulsive noise. Non-robust and robust detectors are analyzed. In the first case we know *a priori* the distribution of the test statistic, whereas the second assumes only the knowledge of some moments of this statistic. Four detection techniques are discussed: the energy detection, the detection by the ratio between the maximum eigenvalue and noise variance, the detection by the ratio between the maximum and minimum eigenvalues and the test of generalized likelihood ratio test. The design and performance evaluation of the detectors are made under the influence of impulsive noise. It appears that the performances of non-adaptive and adaptive detectors are similar in the absence of impulsive noise for all the techniques evaluated. However, it is observed that the adaptive detector offers superior performance under impulsive noise, with emphasis on the detection technique based on the generalized likelihood ratio test. The robust adaptive detectors, regardless of the detection technique, shows superior performance compared to non-robust ones under impulsive noise, with the additional advantage of not requiring *a priori* information about the distribution of the test statistic.

Keywords: adaptive detector, convex optimization, cognitive radio, CVX, eigenvalue-based spectrum sensing, impulsive noise, minimax detector, minimax robust detector.

1. INTRODUÇÃO

1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO

A teoria de detecção de sinais e da estimação [1]-[3] não é recente, e embora muito dos problemas a ela relacionados já tenham sido resolvidos, trata-se de uma área em constante evolução, principalmente devido aos recentes avanços nas técnicas de processamento de sinais aleatórios [4][5] e de matrizes aleatórias [6] e ao aparecimento de novas aplicações e de novos problemas relacionados aos modernos sistemas de comunicação. Dentre tais sistemas destaca-se o rádio cognitivo (RC) [7], um dos mais recentes conceitos que visa minimizar a ineficácia de uso do espectro eletromagnético nos atuais sistemas de comunicação sem fio.

Uma das principais funcionalidades do RC é o sensoriamento espectral que visa monitorar o espectro de frequência objetivando-se encontrar lacunas onde um dado RC possa operar de forma oportunista. Dentre as técnicas de sensoriamento, aquelas baseadas nos autovalores da matriz de covariância do sinal recebido tem sido objeto de estudos recentes [8]-[10], e dentre estas técnicas as que mais têm se destacado são aquelas onde não há necessidade de informação *a priori* sobre o sinal primário a ser detectado, como por exemplo, o teste de razão de verossimilhança generalizado (GLRT – *generalized likelihood ratio test*), a detecção pela relação entre máximo e mínimo autovalores (MMED – *maximum-minimum eigenvalue detection*), também conhecida como detecção por razão de autovalores (ERD – *eigenvalue ratio detection*), o teste de Roy de máxima razão (RLRT – *Roy's largest root test*), também conhecida por detecção de máximo autovalor (MED – *maximum eigenvalue detection*) e a detecção de energia (ED – *energy detection*). A ED não é exclusivamente uma técnica de detecção baseada em autovalores, mas pode ser implementada utilizando informações de autovalores.

1.2. TRABALHOS RELACIONADOS E CONTRIBUIÇÕES

Técnicas de otimização matemática têm sido cada vez mais utilizadas para resolução de problemas complexos em sistemas de comunicação. A otimização convexa [11] tem se destacado entre as técnicas, ampliando suas aplicações nas áreas de processamento de sinais e de telecomunicações [12]. O uso desta técnica em projetos de detectores ótimos tem sido verificado em [11, pp 364-374] e para fins de sensoriamento espectral em [13].

Este trabalho vem apresentar uma nova abordagem no projeto de detectores via otimização convexa para sensoriamento espectral com relação à robustez e a adaptação perante a presença ou ausência do ruído impulsivo (RI). Esta robustez é devida a principal característica do detector *minimax* robusto de não necessitar *a priori* de informações sobre a distribuição da estatística de teste, mas somente de alguns momentos desta estatística.

Nos sistemas de comunicação sem fio, o ruído impulsivo pode surgir de diferentes fontes como raios, chaves elétricas, motores e circuitos de ignição veicular podendo causar degradações severas no desempenho desses sistemas. Sua influência nos receptores de RC foi analisada em [10][14]-[16], considerando as diversas técnicas de sensoriamento baseada em autovalores.

Este trabalho almeja contribuir com análises de desempenho feitas em projetos de detectores *minimax* e *minimax* robusto, adaptativos ou não à influência do RI. Todos os detectores foram desenvolvidos via otimização convexa por meio do aplicativo CVX, uma ferramenta baseada em *Matlab* para especificação e solução de problemas de otimização convexa [17]. Para os detectores *minimax* há a necessidade de se conhecer as distribuições das estatísticas de testes utilizadas, tanto sob a hipótese de canal ocupado quanto a de canal livre, enquanto para os detectores *minimax* robustos necessita-se conhecer apenas algumas médias dessas estatísticas, o que representa, na prática, uma vantagem em relação ao detector *minimax*.

Existem trabalhos na literatura, tais como [18]-[20], que abordam a detecção de amostras afetadas pelo ruído impulsivo. Supondo que estas amostras podem ser perfeitamente identificadas, técnicas simples para atenuar o impacto do RI no

sensoriamento de espectro foram aplicadas. Verificou-se que estes procedimentos simples podem ajudar a melhorar o desempenho da detecção.

Em relação à adaptabilidade dos detectores, apresenta-se uma análise de desempenho entre a utilização da relação entre potência de pico e potência média - PAPR (*Peak-to-average power ratio*) e I_{RI} (Indicação sobre as amostras coletadas estarem ou não contaminadas por RI), que nos mostra a possibilidade da utilização do PAPR como forma de detecção do ruído impulsivo. Deste modo, os detectores poderão se adaptar a qualquer ambiente de sensoriamento para obtenção do melhor desempenho de detecção e decidir pela presença ou não do sinal primário.

Outra contribuição deste trabalho consiste em apresentar resultados de análise de desempenho dos detectores sob a influência do RI, para as quatro técnicas de detecção por autovalores, aqui consideradas. Mostra-se que a técnica GLRT obteve um bom desempenho nos ambientes com RI, aditando uma vantagem em relação às outras técnicas: a não necessidade de conhecimento da variância do ruído. As técnicas RLRT e ED apresentaram um comportamento próximo a GLRT, mas isto devido a um artifício utilizado, a substituição da variância de ruído pela sua estimativa de máxima verossimilhança.

1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Os próximos capítulos desta dissertação encontram-se organizados da seguinte maneira: no Capítulo 2 são apresentados os conceitos iniciais sobre sensoriamento espectral, incluindo: definições, classificações e principais técnicas. Um estudo específico das técnicas de sensoriamento espectral por autovalores também é apresentado neste capítulo. No Capítulo 3 abordam-se os fundamentos que embasaram o projeto dos detectores utilizando a técnica matemática, Otimização Convexa, apresentando alguns conceitos desta técnica e como ela foi aplicada no projeto dos detectores utilizados neste trabalho. O Capítulo 4 descreve a metodologia utilizada para os projetos dos detectores via otimização convexa, com ausência ou presença de ruído impulsivo, apresentando, também, o modelo de ruído impulsivo aplicado nas simulações e os algoritmos projetados com o software CVX. No Capítulo 5 são apresentados os resultados das simulações para as quatro diferentes técnicas e para os diferentes cenários empregados. Por fim, no último capítulo, as

conclusões e considerações finais deste trabalho são apresentadas, bem como a indicação para futuras investigações.

1.4. PUBLICAÇÕES

Os seguintes artigos foram ou estão sendo elaborados com base no conteúdo desta dissertação:

i. **Projeto de Detectores via Otimização Convexa para Sensoriamento Espectral em Rádios Cognitivos.** Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, SBrT'12, Brasília, DF, Setembro 2012.

ii. **Robust Adaptive Detector Designed via Convex Optimization for Spectrum Sensing in Cognitive Radios under Impulsive Noise.** A ser submetido para a revista IEEE Latin America.

2. FUNDAMENTOS SOBRE SENSORIAMENTO ESPECTRAL

2.1. CONCEITOS INICIAIS

Ultimamente, um dos assuntos que mais tem requerido atenção nos estudos sobre RC é o sensoriamento espectral. Uma grande quantidade de pesquisas tem sido realizada e diferentes maneiras de executar esta tarefa foram apresentadas [21]-[25]. O sensoriamento espectral consiste em realizar uma varredura nas faixas de frequência dos sistemas considerados primários - usuários licenciados, e com isso detectar lacunas (espaços em branco) que possam ser utilizadas oportunamente por um sistema secundário - usuários não licenciados. Caso a lacuna seja detectada, é possível que o RC possa iniciar sua transmissão. Se, o usuário primário voltar a utilizar a faixa de frequência, o usuário secundário deverá ser transferido para outra lacuna disponível ou reduzir sua potência de transmissão ou, em último caso, cessar sua transmissão para evitar interferências no usuário licenciado.

O desafio de realizar o sensoriamento espectral é impactado por diversos fatores: baixa relação sinal ruído (SNR – *signal-to-noise ratio*) necessária para detectar o sinal primário, o desvanecimento por múltiplos percursos causando flutuação na potência de sinal recebido, a dispersão no tempo e a incerteza do ruído/interferência [21].

De fato, diversas técnicas de sensoriamento foram desenvolvidas de acordo com as necessidades de implantação e podemos classificá-las da seguinte maneira:

(a) técnicas que necessitam da informação do sinal primário e da potência do ruído;

(b) técnicas que necessitam apenas da informação da potência de ruído; e,

(c) técnicas que não necessitam de nenhum tipo de informação.

Entre as técnicas de sensoriamento, as mais conhecidas são a detecção por energia, a detecção por filtro casado e a detecção por cicloestacionaridade. E as técnicas mais atuais são a detecção baseada em autovalores, a detecção baseada em *wavelets* e a detecção baseada em covariância. As principais técnicas de detecção serão descritas em seguida e, para as técnicas baseadas em autovalores, as quais foram as escolhidas para este estudo, são apresentados mais detalhes.

A técnica de detecção de energia [26]-[28] é a mais utilizada atualmente e de simples implementação, podendo ser classificada no grupo (b) – técnica que necessita apenas da informação da potência de ruído. Esta característica a torna ideal para detectar sinais independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.), sendo robusta para canais com dispersão temporal e desvanecimentos desconhecidos. Algumas desvantagens desta técnica são o tempo necessário de sensoriamento para que se obtenha uma probabilidade de detecção (P_d) alta e o seu desempenho que pode ser afetado pela incerteza sobre a potência do ruído [29].

A técnica baseada em filtro casado [30] pode ser classificada no grupo (a) – técnica que necessita de alguma informação sobre o sinal primário e sobre a potência do ruído. É uma técnica que possibilita maior SNR das amostras do sinal recebido, devido ao conhecimento *a priori* do sinal primário, o que acarreta um menor tempo de sensoriamento para obter uma probabilidade de detecção alta. Sua desvantagem principal é a complexidade de implantação em sistemas com diversos tipos de sinais primários em uma mesma faixa de frequência, resultando em um filtro para cada tipo de sinal.

A técnica baseada em cicloestacionaridade [13][26] requer o conhecimento prévio do sinal primário transmitido, logo pode ser classificada no grupo (a). Estas informações podem ser características periódicas do sinal, ou seja, estes parâmetros variam periodicamente com o tempo, como por exemplo: trem de pulsos, portadoras senoidais, códigos de espalhamento, prefixos cíclicos, etc. Assim, por meio da função de autocorrelação espectral pode-se extrair esta cicloestacionaridade do sinal. Na ausência de sinal ter-se-á somente a presença do ruído que não tem a característica de cicloestacionaridade. Logo, haverá valores nulos na função de autocorrelação e será possível decidir que o sinal não está presente. Por outro lado,

quando há presença do sinal primário e o mesmo é cicloestacionário, haverá valores diferentes de zero na função de autocorrelação e, consequentemente, será possível detectar a presença do sinal. A desvantagem desta técnica é sua complexidade computacional e o tempo de sensoriamento longo. Mas, em compensação, podem-se ter vários sinais primários em uma mesma faixa de frequência que o sistema será capaz de distingui-los. Sua capacidade de operar em sistemas com baixa SNR e incertezas da potência de ruído alia-a uma característica de robustez em comparação a detecção por energia.

O desempenho de detecção para sensoriamento espectral é medido em relação a dois parâmetros: a probabilidade de falso alarme (P_{fa}) e a probabilidade de detecção (P_d). Um falso alarme acontece quando o sensoriamento é realizado e o RC decide pela presença do sinal primário, dado que, de fato ele não está presente no espectro. Na probabilidade de detecção, o RC decide pela presença do sinal primário quando de fato o usuário primário está ocupando o espectro. O objetivo ideal seria alcançar o maior valor de P_d e o menor valor de P_{fa}, mas isto é conflitante [19][31]. Uma alta P_d minimiza a interferência no usuário primário, pois se diminui a chance de haver transmissões simultâneas entre os usuários. Uma baixa P_{fa} aumenta a eficiência espectral e possibilita um melhor aproveitamento das lacunas existentes, consequentemente, um maior aproveitamento das oportunidades de transmissão. Assim deve-se encontrar uma relação de compromisso entre as probabilidades.

A detecção do sinal primário no sensoriamento espectral pode ser dificultada por vários fatores, e o cuidado em não interferir neste sistema, quando em uso, não é uma tarefa simples. Alguns destes fatores que comprometem o desempenho no momento da detecção são: o desvanecimento por multipercursos, o sombreamento correlacionado e as incertezas do receptor [10][24]. As Figuras Figura 2.1 e Figura 2.2 exemplificam estes frequentes problemas encontrados quando fazemos o sensoriamento com apenas um RC. Este tipo de sensoriamento é chamado de não cooperativo, por não existir outros RC’s auxiliando no sensoriamento do espectro.

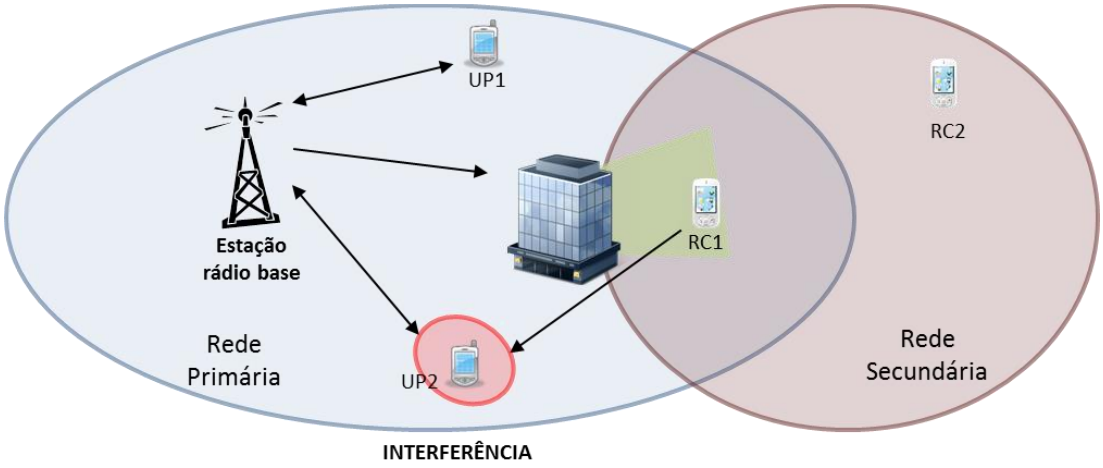


Figura 2.1 - *Terminal RC1 interfere no terminal UP2 por estar sob sombreamento*

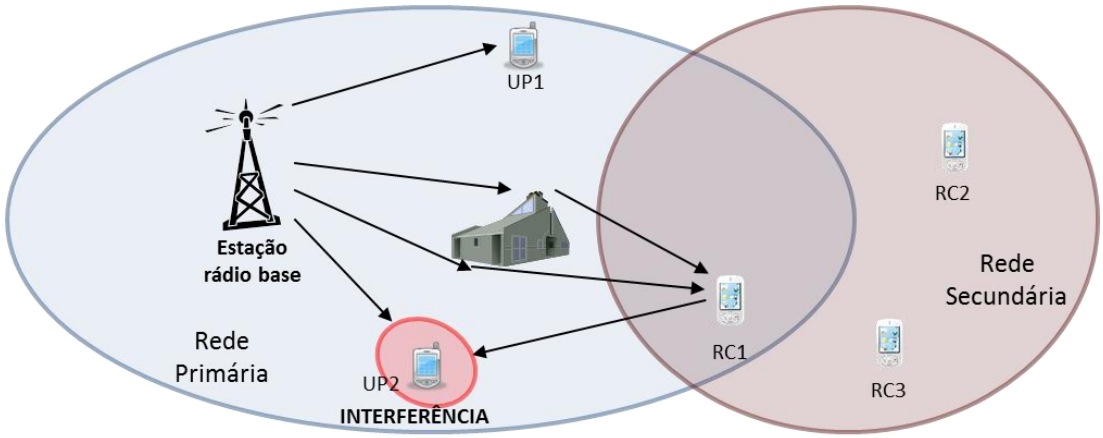


Figura 2.2 - *Terminal RC1 interfere no terminal UP2 devido ao desvanecimento por múltiplos percursos*

Para minimizar os problemas comentados anteriormente e aumentar o desempenho de detecção, utiliza-se o sensoriamento chamado de cooperativo, que pode ser realizado por dois ou mais RC's que se ajudam mutuamente compartilhando suas informações sobre o espectro sensoriado e decidem, posteriormente, com mais precisão, sobre a ocupação ou não do canal pelo usuário primário (UP).

O sensoriamento cooperativo pode ser dividido em centralizado, distribuído ou assistido por retransmissão (*relay-assisted*) [29]. No sensoriamento cooperativo centralizado, como mostrado na Figura 2.3, as amostras colhidas por cada RC em

cooperação são enviadas para um centro de fusão (CF) por meio de um canal de controle, onde serão processadas e onde será decidido o estado do canal sensoriado. Todo este processo é chamado de fusão de dados (*data fusion*). Ainda sobre sensoriamento centralizado podemos ter um outro processo chamado de fusão de decisões (*decision fusion*), onde os RCs envolvidos no sensoriamento do canal realizam a detecção e decidem sobre o estado do mesmo, repassando esta informação para o CF, que combina as informações por meio de operações aritméticas binárias e toma a decisão final. Em ambos os esquemas centralizados a decisão final é informada aos RCs via canal de controle, seguindo-se o algoritmo de acesso adotado pela rede secundária.

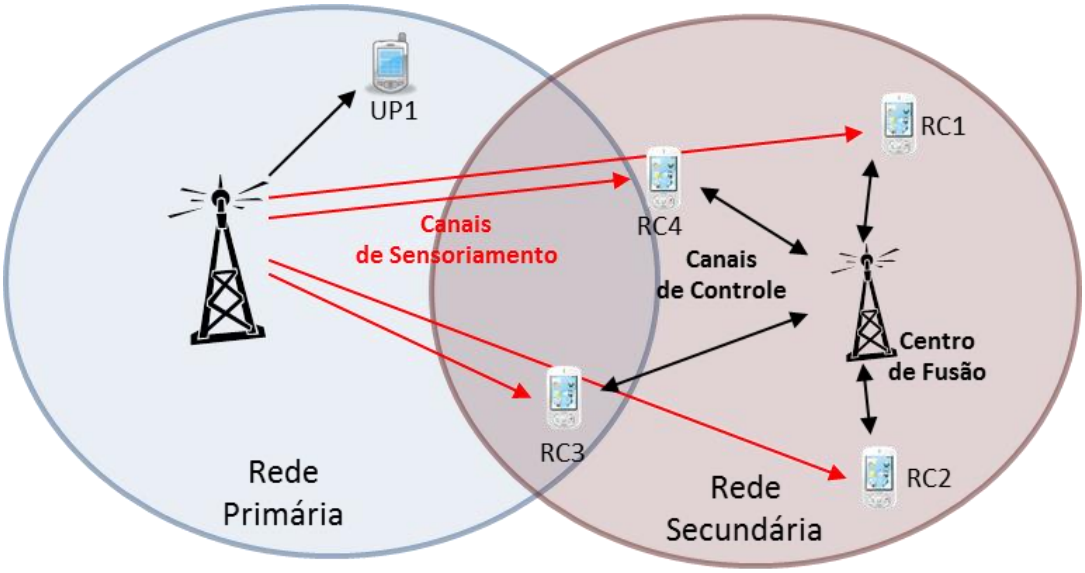


Figura 2.3 - *Sensoriamento cooperativo centralizado*

Na ausência de um CF, podemos utilizar o sensoriamento cooperativo distribuído, em que o processo de decisão é feito pelos RCs envolvidos no sensoriamento por meio da troca de informação sobre o canal sensoriado entre eles. Cada RC então combina os diversos resultados recebidos e decide se o sinal do usuário primário está ou não presente. Este processo pode se repetir enquanto uma decisão sobre a ocupação do canal não for unânime entre os RCs. Na Figura 2.4 tem-se a representação deste sensoriamento.

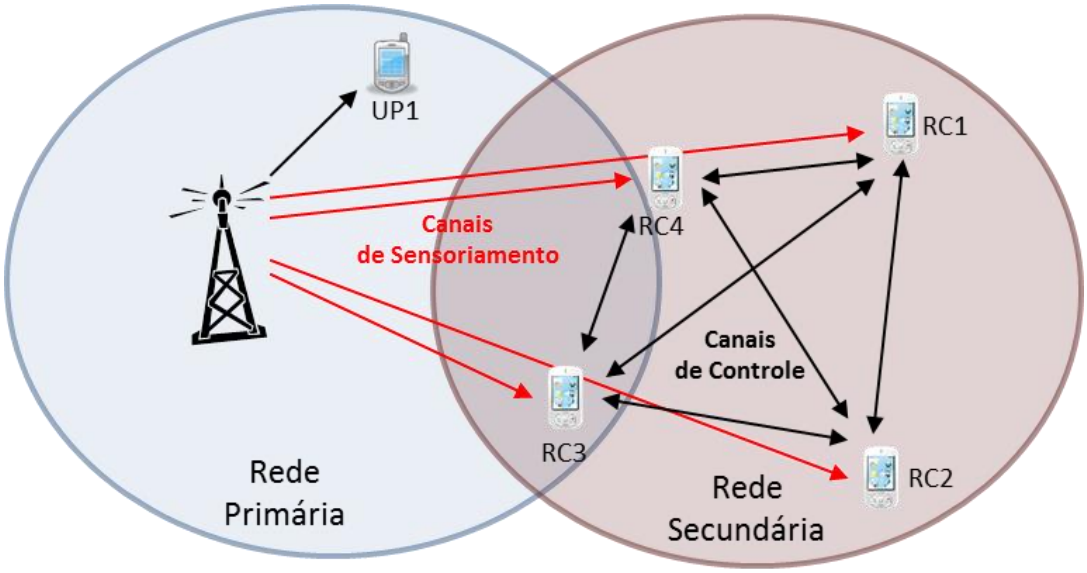


Figura 2.4 - *Sensoriamento cooperativo distribuído*

Por fim, há também o sensoriamento cooperativo assistido por retransmissão, no qual se algum RC tiver dificuldades em sensorear um canal ou reportar seu estado de ocupação, ele pode ser assistido por outro RC que estiver mais bem posicionado, recebendo ou enviando informações do CF que neste caso pode ser uma estação rádio base ou até mesmo um RC, como apresentado na Figura 2.5.

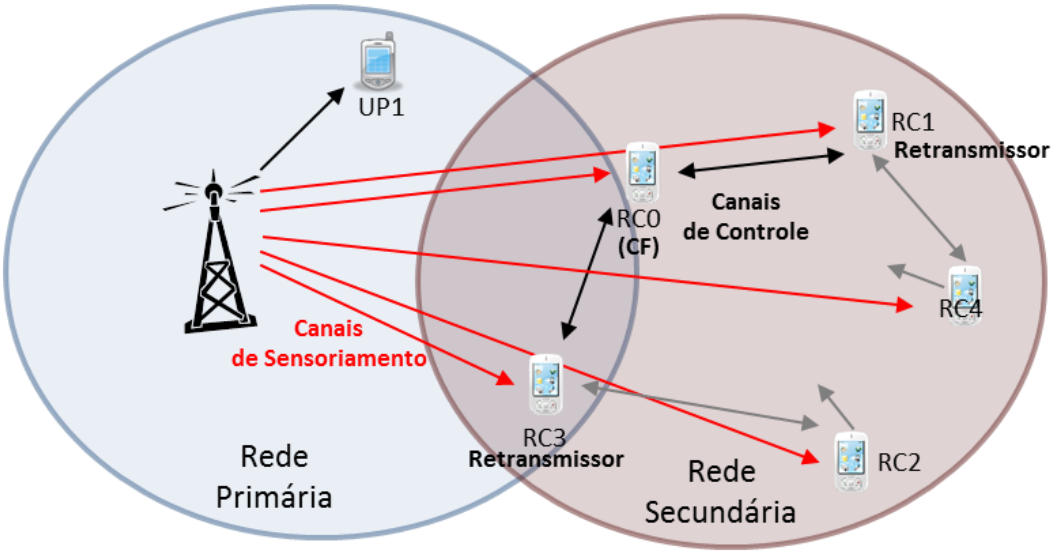


Figura 2.5 - *Sensoriamento cooperativo assistido por retransmissão*

Foi adotado para este trabalho o sensoriamento cooperativo centralizado tipo fusão de dados, para o qual comumente adota-se o modelo de canal de

desvanecimento MIMO (*Multiple Input, Multiple Output*) discreto no tempo e sem memória, onde as amostras recebidas por múltiplos receptores com uma única antena são enviadas ao CF.

2.2. SENSORIAMENTO ESPECTRAL POR AUTOVALORES

Como comentado no início deste capítulo as técnicas de sensoriamento espectral por autovalores são bem recentes [8][9][22] e têm sido bastante estudadas pela comunidade científica devido às suas particularidades de não necessitarem de informações *a priori* sobre o sinal transmitido, sendo conhecidas como técnicas cegas. Neste trabalho foi analisado o desempenho dos detectores para quatro destas técnicas cegas sob a influência ou não do RI. As técnicas estudadas foram a GLRT - *generalized likelihood ratio test* – teste de razão de verossimilhança generalizado; a MMED – *maximum-minimum eigenvalue detection* – detecção por máximo-mínimo autovalores, também conhecida por ERD – *eigenvalue ratio detection* – detecção por razão dos autovalores; a MED – *maximum eigenvalue detection* – detecção por máximo autovalor, muito conhecida por RLRT – *Roy's largest root test* – teste de Roy de máxima raiz; e ED – *energy detection* – detecção por energia. A técnica ED não é exclusivamente uma técnica baseada em autovalores, mas pode ser implementada usando as informações dos autovalores. Podemos dividir estas técnicas em dois grupos: as que necessitam do conhecimento da variância do ruído e as que não necessitam do conhecimento desta variância. As técnicas ED e RLRT fazem parte do primeiro grupo e as técnicas ERD e GLRT do segundo grupo.

Considere que, há m RCs com uma única antena, cada um coletando n amostras do sinal recebido de p transmissores primários durante um período de sensoriamento. As amostras coletadas são armazenadas em uma matriz $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{m \times n}$. As amostras do sinal transmitido pelos p transmissores, também são armazenadas em uma matriz $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{p \times n}$. Seja a matriz de canal $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{m \times p}$ com elementos $\{ h_{ij} \}$, i = 1, 2,..., m e j = 1, 2,..., p, que representam os ganhos do canal entre o j-ésimo transmissor e o i-ésimo sensor cognitivo. Por fim, temos as matrizes $\mathbf{V}$ e $\mathbf{V}_{\mathrm{IN}} \in \mathbb{C}^{m \times n}$, respectivamente contendo as amostras de ruído térmico e de ruído impulsivo que degradam o sinal recebido. Assim, a matriz que armazena as amostras coletadas no modelo MIMO é definida como:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{HX} + \mathbf{V} + \mathbf{V}_{\mathrm{IN}}. \tag{2.1}$$

Quando o espectro de frequência do canal primário é sensoriado teremos como resposta apenas duas hipóteses: $\mathcal{H}_0$ e $\mathcal{H}_1$. A hipótese $\mathcal{H}_0$ representa a ausência do sinal primário durante o período de sensoriamento do espectro. Neste caso a matriz **X** é nula e tem-se:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{V} + \mathbf{V}_{\mathrm{IN},} \tag{2.2}$$

sendo que a matriz recebida é composta de amostras do ruído AWGN (*Additive White Gaussian Noise*), com média zero e variância σ_v^2, somadas as amostras do RI. Com relação à hipótese $\mathcal{H}_{1,}$ durante o sensoriamento do canal a matriz **X** é não nula e indica a presença do sinal primário. Logo a matriz com as amostras do sinal recebido é definida como em (2.1). Assim, pode-se representar a presença do sinal primário durante o sensoriamento por meio de $\mathcal{H}_1$.

A estimação da matriz de covariância do sinal recebido é definida como:

$$\mathbf{R} = \frac{1}{n}\mathbf{Y}\mathbf{Y}^{\dagger}, \tag{2.3}$$

em que $(.)^{\dagger}$ significa conjugado transposto.

Considere *Z* como a estatística do teste de hipóteses que o detector utiliza para reconhecer a ausência ou presença de lacunas espectrais do sinal primário em um sensoriamento baseado em autovalores. Para tomar a decisão sobre a presença ou ausência do sinal primário este detector compara o valor de *Z* com um limiar pré-definido, γ. Se *Z* for maior que γ o detector define que o sinal do usuário primário está presente - $\mathcal{H}_{1.}$ Caso contrário é definido que o sinal do usuário primário está ausente – $\mathcal{H}_0$. Assim, o desempenho da detecção pode ser definido por meio de P_{fa} e P_d:

$$P_{fa} = \text{pr}(Z > \gamma | \text{H}_0) \tag{2.4}$$

$$P_d = \text{pr}(Z > \gamma | \text{H}_1) \tag{2.5}$$

Como apresentado em [31] sabe-se que por meio dos autovalores máximo e mínimo da matriz de covariância é possível detectar a presença ou ausência do sinal primário, onde sob a hipótese $\mathcal{H}_0$ tem-se que $\lambda_1 = \sigma^2$ e $\lambda_1/\lambda_\text{m} = 1$, e para $\mathcal{H}_1$ tem-se $\lambda_1 > \sigma^2$ e $\lambda_1/\lambda_\text{m} > 1$.

Admitindo que exista apenas um único transmissor primário (p = 1), os autovalores de $\mathbf{R}$ $\{\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \geq \lambda_m\}$ são então computados e pode-se assim determinar as estatísticas de teste para cada técnica baseada em autovalores. Para as técnicas que necessitam do conhecimento da variância do ruído e considerando um regime assintótico, o melhor teste de hipóteses é dado pelo teste de razão de verossimilhança (LRT - *likelihood ratio test*) de Neyman-Pearson (NP) [32], que objetiva-se maximizar a probabilidade de detecção dada restrição que a probabilidade de falso alarme seja menor ou igual a seu máximo valor [29]. Em [33][34] observa-se que o lema de NP depende apenas do máximo autovalor, aproximando-se então do teste RLRT (ou MED) que pode ser definido como a razão entre o máximo autovalor e variância do ruído:

$$Z_{\text{RLRT(MED)}} = \frac{\lambda_1}{\sigma^2}. \tag{2.6}$$

Para a técnica ED, se pode escrever o teste como sendo:

$$Z_{\text{ED}} = \frac{\| \mathbf{Y} \|_F^2}{mn\sigma^2} = \frac{1}{m\sigma^2} \sum_{i=1}^{m} \lambda_i, \tag{2.7}$$

em que $\| \cdot \|_F$ denota a norma de Frobenius e σ^2 é a potência do ruído térmico. Considera-se que a potência do ruído térmico é igual para cada entrada dos sensores (RCs) e admite-se que esta seja conhecida e, ainda sabendo que $\|\mathbf{Y}\|_F^2 = \mathrm{tr}(\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H)$, em que tr(.) é o traço da correspondente matriz e $(.)^H$ significa conjugado Hermitiano . O teste (2.7) não possui tanto poder estatístico como (2.6), apesar de ser bastante utilizado.

Para o caso de não se conhecer a variância do ruído, pode-se utilizar as técnicas cegas, sendo a mais usual a GLRT:

$$Z_{\mathrm{GLRT}} = \frac{\lambda_1}{\frac{1}{m}\mathrm{tr}(\mathbf{R})} = \frac{\lambda_1}{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\lambda_i}. \tag{2.8}$$

Em (2.8) calcula-se a razão entre o máximo autovalor e a média de todos os autovalores. Outra técnica cega muito conhecida é a MMED (ou ERD) que é definida como a razão entre os autovalores máximo e mínimo:

$$Z_{\mathrm{MMED}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_m}. \tag{2.9}$$

Neste capítulo foram apresentadas as principais técnicas de sensoriamento espectral, suas características e suas classificações em relação ao conhecimento prévio das informações sobre o sinal primário e a variância do ruído. Também foram abordadas as diferentes maneiras de realizar o sensoriamento cooperativo e o porquê de utilizá-lo. Por fim, destacaram-se as técnicas de sensoriamento baseadas em autovalores, as quais serão adotadas no restante deste trabalho.

No próximo capítulo, serão abordados alguns aspectos da técnica de otimização matemática conhecida por otimização convexa e como ela foi aplicada nos diferentes projetos de detectores. A modelagem do ruído impulsivo utilizado neste trabalho será detalhado no Capítulo 4.

3. FUNDAMENTOS SOBRE O PROJETO DOS DETECTORES VIA OTIMIZAÇÃO CONVEXA

3.1. NOÇÕES SOBRE OTIMIZAÇÃO CONVEXA

Nesta seção serão abordados alguns conceitos de otimização convexa, necessários para entendermos como foram projetados os detectores determinísticos e aleatórios, robustos ou não. Mais detalhes sobre esta técnica de otimização matemática podem ser obtidos em [11].

A otimização convexa faz parte de uma das classes da otimização matemática, caracterizadas por um formato particular da função objetivo e das restrições. Se tivermos um problema em que a função objetivo e as restrições são lineares, podemos classificá-lo como um problema linear. Neste mesmo entendimento, se a função objetivo e as restrições são não lineares, o problema será não linear. No caso do problema de otimização convexa a função objetivo e as restrições são convexas.

Um método de solução para uma classe de problemas de otimização é um algoritmo que calcula a solução do problema (com certa precisão) dado um problema específico da classe [35]. Os esforços científicos e tecnológicos dedicados ao estudo, análise de propriedade e desenvolvimento teórico destes algoritmos surgiram desde os anos 40. A solução destes problemas de otimização depende de fatores como a forma particular da função objetivo e as restrições, a quantidade de variáveis e sua esparsidade (pequeno número de variáveis envolvidas na função restrição). A solução destes problemas não é trivial. Muitos que aparentam ser fáceis apresentam na verdade um grau de dificuldade elevado. Hoje em dia, existem algoritmos para algumas destas classes de problemas, que resolvem problemas bem complexos com grande número de variáveis e restrições envolvidas. Para a solução de problemas de otimização convexa há dois casos especiais, conhecidos e importantes: a

programação linear (LP – *linear programming*) e os mínimos quadrados (*least squares*) [11].

Problemas de Otimização Convexa

O formato padrão de um problema de otimização é definido como:

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad f_0(\boldsymbol{x}) \\ &\text{sujeito a} \quad f_i(\boldsymbol{x}) \le 0, \quad i = 1,...,m \\ &\qquad\qquad h_i(\boldsymbol{x}) = 0, \quad i = 1,..., p, \end{aligned} \tag{3.1}$$

em que $f_0 : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ é a função objetivo, $f_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ são as funções de restrição de desigualdade, $h_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ são as funções de restrição de igualdade e $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ é a variável de otimização do problema. Admite-se que, o domínio do problema é dado por $\mathcal{D} = \bigcap_{i=0}^{m} \text{dom } f_i \cap \bigcap_{i=1}^{p} \text{dom } h_i$ e não vazio. Se não houver restrições ($m = p = 0$) no problema (3.1) diz-se que ele é irrestrito, ou sem restrições.

O valor ótimo do problema (3.1) é denominado p^* e definido como:

$$p^* = \inf \left\{ f_0(\boldsymbol{x}) \middle| f_i(\boldsymbol{x}) \le 0, \;\; i = 1,...,m, \;\; h_i(\boldsymbol{x}) = 0, \;\; i = 1,..., p \right\}, \tag{3.2}$$

podendo p^* assumir valores extremos como $\pm\infty$. Em (3.2), $\inf(.)$ significa o menor limite inferior de um conjunto. Quando este conjunto é finito, seu *infimum* é o menor de seus elementos. Se $f_0(\boldsymbol{x}^*) = p^*$ e $\boldsymbol{x}^*$ é factível, então pode-se considerar que $\boldsymbol{x}^*$ é um ponto ótimo ou soluciona o problema (3.1), e que neste caso o problema é factível.

Analisando a forma padrão de um problema de otimização convexa em particular conforme segue:

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad f_0(\boldsymbol{x}) \\ &\text{sujeito a} \quad f_i(\boldsymbol{x}) \le 0, \quad i = 1,...,m \\ &\qquad\qquad \mathbf{a}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} = b_i, \quad i = 1,...,p, \end{aligned} \tag{3.3}$$

e comparando com (3.1), tem-se que a função objetivo deve ser convexa, as restrições de desigualdade devem ser convexas e as de igualdades devem ser afins[1]: $h_i(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{a}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} - b_i$. Logo, o conjunto de soluções factíveis de um problema convexo é também convexo[2].

O termo $\boldsymbol{a}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} = b_i$ em (3.3) pode ser encontrado em outros problemas escrito na forma $\mathbf{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, em que $\boldsymbol{a}_i^{\mathrm{T}}$ são as linhas da matriz **A** e **b** é um vetor cujos elementos são os valores $\{b_i\}$.

Quando temos um problema convexo em que às funções objetivo e de restrição são afins, denominamos este problema de LP e o escrevemos da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} + d \\ &\text{sujeito a} \quad \mathbf{G}\boldsymbol{x} \preceq \boldsymbol{h}, \\ &\qquad\qquad \mathbf{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}, \end{aligned} \tag{3.4}$$

em que $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{p \times n}$. O conjunto de soluções factíveis, interpretando-o geometricamente, tem o formato de um poliedro, $\mathcal{P} = \{\boldsymbol{x} \mid \mathbf{G}\boldsymbol{x} \preceq \boldsymbol{h}, \mathbf{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}\}$, como ilustrado na Figura 3.1, e em que $\mathcal{P}$ é a área sombreada, o objetivo $\mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}$ é linear, logo as linhas tracejadas são hiperplanos ortogonais a **c**. O ponto x^* é ótimo. Ele é o ponto em $\mathcal{P}$ mais próximo possível na direção – **c**.

---

[1] De forma simplificada pode-se entender uma função afim (*afine function*) como uma generalização de uma função linear no espaço *n*-dimensional

[2] Um conjunto é dito convexo se o segmento de reta entre dois pontos quaisquer deste conjunto encontra-se neste conjunto.

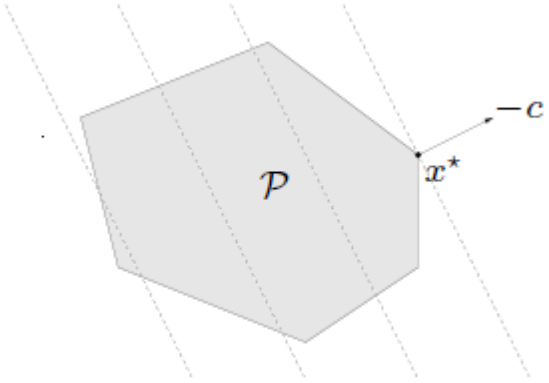


Figura 3.1 – *Interpretação geométrica de um LP.[11]*

Há dois casos especiais de LP. Na forma padrão, somente as restrições de desigualdade são não negativas elemento a elemento, ou seja, $\boldsymbol{x} \succeq 0$:

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} \\ &\text{sujeito a} && \mathbf{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} \\ & && \boldsymbol{x} \succeq 0. \end{aligned} \tag{3.5}$$

O outro caso de LP é chamado de forma de desigualdade, pois não há restrições de igualdade:

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} \\ &\text{sujeito a} && \mathbf{A}\boldsymbol{x} \preceq \boldsymbol{b}. \end{aligned} \tag{3.6}$$

Dualidade

Um importante conceito sobre otimização convexa é o conceito de dualidade. A ideia da dualidade é transformar o problema de otimização em sua forma original denominado problema primal, em uma forma dual denominado problema dual, fazendo com que as restrições do problema sejam incorporadas na função objetivo por meio de uma soma ponderada. Normalmente, quando se fala de problemas duais considera-se o problema Lagrangeano dual, que pode ser obtido por meio do Lagrangeano, que por sua vez é formado pelos multiplicadores de Lagrange (δ, υ), não negativos, que somarão as restrições à função objetivo. A solução fornece variáveis em função dos multiplicadores de Lagrange, chamadas de variáveis duais.

Assim surge um novo problema que é maximizar a função objetivo em relação às variáveis duais, sob as restrições derivadas das variáveis duais. Considerando o problema de otimização em sua forma padrão (3.1), sabendo que $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ e $\mathcal{D}$ é o domínio e p^* é o valor ótimo do problema, definimos que o seu Lagrangeano é a função:

$$L(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\upsilon}) = f_0(\boldsymbol{x}) + \sum_{i=1}^{m} \boldsymbol{\delta}_i f_i(\boldsymbol{x}) + \sum_{i=1}^{p} \boldsymbol{\upsilon}_i h_i(\boldsymbol{x}), \tag{3.7}$$

em que, $\boldsymbol{\delta}_i$ é o multiplicador de Lagrange relacionado a *i*-ésima restrição de desigualdade, $\boldsymbol{\upsilon}_i$ é o multiplicador de Lagrange relacionado a *i*-ésima restrição de igualdade e o domínio é $\text{dom}\, L = \mathcal{D} \text{ x } \mathbb{R}^m \text{ x } \mathbb{R}^p$. Os vetores $\boldsymbol{\delta}$ e $\boldsymbol{\upsilon}$ são as variáveis duais do problema de otimização (3.1).

O problema Lagrangeano dual ou problema dual, $g : \mathbb{R}^m \text{ x } \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}$, é definido como sendo o mínimo valor do Lagrangeano sobre $\boldsymbol{x}$*:*

$$g(\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\upsilon}) = \inf_{\boldsymbol{x} \in \mathcal{D}} L(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\upsilon}) = \inf_{\boldsymbol{x} \in \mathcal{D}} \left(f_0(\boldsymbol{x}) + \sum_{i=1}^{m} \boldsymbol{\delta}_i f_i(\boldsymbol{x}) + \sum_{i=1}^{p} \boldsymbol{\upsilon}_i h_i(\boldsymbol{x}) \right). \tag{3.8}$$

Se o problema dual acima é convexo e sua função objetivo a ser maximizada é côncava e as restrições convexas, o problema Lagrangeano dual é um problema de otimização convexa [11]. A solução do problema dual (3.8) proporciona limites inferiores para o valor ótimo do problema primal (3.1). Matematicamente, para qualquer $\boldsymbol{\delta} \geq 0$ e $\boldsymbol{\upsilon}$, tem-se que:

$$g(\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\upsilon}) \leq p^*. \tag{3.9}$$

O valor ótimo do problema Lagrangeano dual, denominado de d^*, é por definição o melhor limite inferior para p^*. Vale ressaltar que geralmente os valores ótimos do problema primal e dual não precisam ser iguais.

Lagrangeano Dual na forma padrão de LP

O Lagrangeano dual pode assumir a forma padrão de LP através de um problema equivalente. Este artifício é utilizado quando se deseja explicitar as

restrições de igualdade. Seja a forma padrão de LP apresentada em (3.5). Sua função Lagrangeano dual é dada por:

$$g(\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\upsilon}) = \begin{cases} -\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\upsilon} & \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\upsilon} - \boldsymbol{\delta} + c = 0 \\ -\infty & \text{caso contrário.} \end{cases} \tag{3.10}$$

O problema Lagrangeano dual na forma padrão de LP, a rigor, tem que maximizar a função dual *g*, sujeito a $\boldsymbol{\delta} \succeq 0$:

$$\begin{aligned} &\text{maximize} \quad g(\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\upsilon}) = \begin{cases} -\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\upsilon} & \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\upsilon} - \boldsymbol{\delta} + c = 0 \\ -\infty & \text{caso contrário} \end{cases} \\ &\text{sujeito a} \quad \boldsymbol{\delta} \succeq 0. \end{aligned} \tag{3.11}$$

Neste caso, *g* é finito quando $\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\upsilon} - \boldsymbol{\delta} + c = 0$. Assim obtém-se um problema equivalente, explicitando as restrições de igualdade:

$$\begin{aligned} &\text{maximize} \quad -\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\upsilon} \\ &\text{sujeito a} \quad \mathbf{A}^{T}\boldsymbol{\upsilon} - \boldsymbol{\delta} + c = 0 \\ &\qquad\qquad \boldsymbol{\delta} \succeq 0. \end{aligned} \tag{3.12}$$

Ainda é possível reescrever o problema (3.12) na forma de desigualdade de LP:

$$\begin{aligned} &\text{maximize} \quad -\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\upsilon} \\ &\text{sujeito a} \quad \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\upsilon} + c \succeq 0. \end{aligned} \tag{3.13}$$

Os problemas (3.10) a (3.13) têm pequenas diferenças entre eles. A função Lagrange dual na forma padrão de LP (3.10) é o problema (3.11), que por sua vez é equivalente aos problemas (3.12) e (3.13).

Problemas de Estimação de Distribuição

Por fim, se faz necessário abordar alguns conceitos sobre a estimação de distribuições paramétricas e não paramétricas. Um problema de estimação de distribuição consiste em estimar a densidade de probabilidade $p(\mathbf{y})$ de uma variável aleatória a partir das amostras observadas.

Pode-se definir estimação paramétrica de distribuição como a escolha de **y** a partir de uma família de distribuições $p_{\mathbf{z}}(\mathbf{y})$ conhecidas e indexadas pelo parâmetro *z*. Quando consideradas como em função de **z**, para $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ fixo, a função $p_{\mathbf{z}}(\mathbf{y})$ é chamada de função de verossimilhança (*likelihood function*). Os valores do parâmetro **z** frequentemente sofrem restrições, que podem representar uma informação prévia sobre **z** ou o domínio da função de verossimilhança. As restrições podem ser explícitas ou incorporadas na função de verossimilhança, admitindo que $p_{\mathbf{z}}(\mathbf{y}) = 0$ (para qualquer **y**) sempre que **z** não satisfaça às restrições da informação prévia. Considerando, agora, o problema de estimar o valor do parâmetro **z**, baseado na observação de uma amostra **y** a partir de sua distribuição, utiliza-se um método bem conhecido, chamado de estimação de máxima verossimilhança (MV):

$$\hat{\mathbf{z}}_{MV} = \arg\max_{\mathbf{z}} p_{\mathbf{z}}(\mathbf{y}), \tag{3.14}$$

em que se escolhe a estimativa do valor do parâmetro que maximiza a função de verossimilhança para o valor observado de **y**. Se houver alguma informação prévia sobre **z**, sendo que $\mathbf{z} \in C \subseteq \mathbb{R}^n$, pode-se, explicitamente, acrescentar a restrição $\mathbf{z} \in C$ ou impô-la implicitamente, redefinindo $p_{\mathbf{z}}(\mathbf{y}) = 0$ para $\mathbf{z} \notin C$. Logo, o problema para encontrar a estimativa de máxima verossimilhança do parâmetro *z* pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} &\text{maximize } p_{\mathbf{z}}(\mathbf{y}) \\ &\text{sujeito a } \mathbf{z} \in C, \end{aligned} \tag{3.15}$$

em que o vetor $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^n$ é a variável do problema (parâmetro da densidade de probabilidade) e o vetor $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ é o parâmetro do problema (amostra observada). Se a função de verossimilhança $p_{\mathbf{z}}(\mathbf{y})$ for côncava para cada valor de **y** e o conjunto *C* for descrito através de um conjunto de restrições lineares de igualdade e restrições convexas de desigualdade, este será um problema de otimização convexa[11].

Seja a variável aleatória *Z* com valores no conjunto finito $\{\alpha_1, ..., \alpha_n\} \subseteq \mathbb{R}$. A distribuição de *Z* é caracterizada por $\boldsymbol{p} \in \mathbb{R}^n$, com $\text{prob}(Z = \boldsymbol{\alpha}_k) = \boldsymbol{p}_k$. Obviamente, $\boldsymbol{p}$ é governada por $\boldsymbol{p} \succeq 0$, $\mathbf{1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{p} = 1$, em que **1** é o vetor com todos os elementos

unitários e o sinal $\succeq$ significa desigualdade vetorial elemento a elemento. Em outros termos, se $\boldsymbol{p} \in \mathbb{R}^n$ satisfaz $\boldsymbol{p} \succeq 0,\ \mathbf{1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{p} = 1$, então ela define uma distribuição de probabilidade para a variável aleatória *Z*, como sendo $\text{prob}(Z = \boldsymbol{\alpha}_k) = \boldsymbol{p}_k$. Logo, a probabilidade será uma correspondência, um para um, com todas as possíveis distribuições de probabilidades para uma variável aleatória *Z* que considere os valores $\{\alpha_1, ..., \alpha_n\}$. Assim,

$$\left\{ \boldsymbol{p} \in \mathbb{R}^n \,\middle|\, \boldsymbol{p} \succeq 0,\ \mathbf{1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{p} = 1 \right\}. \tag{3.16}$$

Portanto, a estimação não paramétrica de distribuições, pode ser definida como métodos utilizados para estimação da distribuição $\boldsymbol{p}$, baseado em uma combinação de informações prévias (*a priori*), observações ou medidas.

É possível expressar em termos de restrições de igualdade lineares e de desigualdades, vários tipos de informações prévias sobre $\boldsymbol{p}$. Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é qualquer função, então:

$$\mathrm{E}\left[f(Z) \right] = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{p}_i f(\boldsymbol{\alpha}_i) \tag{3.17}$$

é uma função linear de $\boldsymbol{p}$. Se $C \subseteq \mathbb{R}$, tem-se um caso especial. Logo, $\text{prob}(Z \in C)$ é uma função linear de $\boldsymbol{p}$:

$$\text{prob}(Z \in C) = \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{p}, \quad \mathrm{c}_i = \begin{cases} 1 & \boldsymbol{\alpha}_i \in C \\ 0 & \boldsymbol{\alpha}_i \notin C. \end{cases} \tag{3.18}$$

Desta forma, os valores conhecidos de certas funções (por exemplo: momentos) ou probabilidades conhecidas de certos conjuntos podem ser inseridos nos problemas como restrições de igualdade lineares em $\boldsymbol{p} \in \mathbb{R}^n$.

A partir deste ponto denota-se a informação prévia sobre a distribuição $\boldsymbol{p}$ como $\boldsymbol{p} \in \mathcal{P}$. Consequentemente, o conjunto de soluções factíveis $\mathcal{P}$ pode ser representado por meio de um conjunto de igualdades lineares e desigualdades

convexas. Assim, as restrições básicas $\boldsymbol{p} \succeq 0,\ \mathbf{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{p} = 1$ foram incorporadas na informação prévia $\mathcal{P}$.

Com o conhecimento prévio sobre as distribuições $\boldsymbol{p} \in \mathcal{P}$, podem ser calculados os limites inferiores ou superiores sobre o valor esperado da função ou a probabilidade de um conjunto. Exemplificando, para calcular o limite inferior de $\mathrm{E}\left[f(Z) \right]$ sobre todas as distribuições que satisfazem a informação prévia de $\boldsymbol{p} \in \mathbb{R}^n$ resolve-se o problema convexo,

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \ \textstyle\sum_{i=1}^{n} f(\boldsymbol{\alpha}_i)\boldsymbol{p}_i \\ &\text{sujeito a} \quad \boldsymbol{p} \in \mathcal{P}. \end{aligned} \tag{3.19}$$

3.2. PROJETO DOS DETECTORES

Seja a variável aleatória quantizada *Z* com valores {1, 2,..., *q*}, com distribuição dependente de um parâmetro θ com valores {1, 2,..., *h*}. Os valores de θ podem estar associados a uma hipótese, podendo-se assegurar a ocorrência de uma ou negar a ocorrência das demais. Ou ainda, pode-se ordenar estas hipóteses para saber se os parâmetros correspondentes estão subestimados ou superestimados. Por exemplo, supondo que há *q* valores de *Z* representando possíveis valores da amostra de sinal recebido devido ao sensoriamento espectral. Para este caso *h* = 2, sendo que, para θ = 1 ≡ $\mathcal{H}_0$ tem-se a representação de ausência do sinal e para θ = 2 ≡ $\mathcal{H}_1$ a representação da presença de sinal. Este processo nada mais é que um teste de hipótese binário, também chamado de detecção. Podendo-se determinar para qual das duas hipóteses as amostras de *Z* foram geradas. Como outro exemplo suponha que θ tenha *h* valores e que cada um deles seja um vetor composto pela média e variância de *Z* para as *h* hipóteses. Neste caso a norma da diferença entre o parâmetro real e o estimado significa um erro de estimação da média e da variância para as *h* hipóteses da variável *Z*.

Considerando sob a ótica do sensoriamento espectral, nesta dissertação foi adotado o teste de hipóteses binário. Mais detalhes e outros exemplos podem ser encontrados em [11].

3.3. DETECTORES DETERMINÍSTICOS E ALEATÓRIOS

Por meio de uma matriz $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{q\times 2}$ é possível representar as distribuições da variável aleatória Z sob as hipóteses $\mathcal{H}_0$ e $\mathcal{H}_1$, com elementos p_{kj} = prob ($Z = k \mid \theta = j$), k = 1, 2, ..., q; e j = 1, 2. Seja uma função ψ que mapeia o conjunto {1, 2, ..., q} de valores observados no conjunto {1, 2} de hipóteses. Um detector operando sob está função pode ser classificado como sendo binário determinístico. O detector de máxima verossimilhança modelado como

$$\theta_{\mathrm{MV}} = \psi_{\mathrm{MV}}(k) = \arg\max_{j} p_{kj} \tag{3.20}$$

é um exemplo. Quando se observa $Z = k$, o estimador de máxima verossimilhança de θ é aquele que maximiza a probabilidade de se observar o valor de k no conjunto de possíveis distribuições (ou hipóteses).

Pode-se caracterizar a operação de um detector a partir da matriz $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{2\times q}$ com elementos t_{jk} = prob ($\theta = j \mid Z = k$), j = 1, 2; e k = 1, 2, ... , q. As colunas da matriz **T** devem satisfazer as restrições de que seus elementos sejam iguais ou maiores que zero e a soma dos elementos em uma coluna seja unitária. Se a k-ésima coluna de **T** é representada por um vetor, $\mathbf{t}_k$, assim $\mathbf{t}_k \succeq 0$, $\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{t}_k = 1$. Quando se observa $Z = k$ o detector fornecerá $\theta = j$ com distribuição de probabilidade t_{jk}. Se as colunas de **T** são vetores unitários haverá um mapeamento determinístico do valor observado. Neste caso diz-se que o detector é determinístico. Se há valores diferentes de uns e zeros em **T**, diz-se que o detector é aleatório. Nota-se que o detector aleatório é uma generalização do detector determinístico.

Para um melhor entendimento de como a matriz **T** caracteriza a operação do detector, considere as matrizes $\mathbf{T}^{(1)}$ e $\mathbf{T}^{(2)}$, respectivamente, referentes a um detector determinístico e a outro aleatório, em que k = 1, ... , 4 e j = 1, 2:

$$\mathbf{T}^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0{,}7 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}3 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

A operação dos detectores pode ser representada por meio da Tabela 3.1:

k	1	2	3	4
Determinístico	θ = 1	θ = 1	θ = 2	θ = 2
Aleatório	70% θ = 1 30% θ = 2	θ = 1	θ = 2	θ = 2

Tabela 3.1 - *Operação dos detectores conforme a matriz **T** escolhida.*

Alimentando-se o detector determinístico com os valores de $Z = k = 1$ ou $k = 2$, tem-se como decisão a hipótese θ = 1. Alimentando-se o detector determinístico com os valores de $Z = k = 3$ ou $k = 4$, tem-se como decisão a hipótese θ = 2. No caso do detector aleatório, alimentando-o com o valor de $Z = k = 2$ tem-se como decisão a hipótese θ = 1. Alimentando-o com os valores de $Z = k = 3$ ou $k = 4$, tem-se como decisão a hipótese θ = 2. No entanto, alimentando-o com o valor de $Z = k = 1$ tem-se como decisão a hipótese θ = 1 com probabilidade 0,7 ou a hipótese θ = 2 com probabilidade 0,3, ou seja, o próprio detector torna aleatória a sua decisão.

O objetivo do projeto de detectores via otimização é determinar a matriz **T**, que será a variável do problema de otimização e corresponderá ao projeto de um detector ótimo. Os dados de entrada do problema serão à matriz **P**, as restrições inerentes a matriz **T** e as restrições quanto ao desempenho do processo de detecção **D** = **TP**, em que $D_{ij} = (\mathbf{TP})_{ij} = \text{prob}(\hat{\theta} = i \,|\, \theta = j)$, que é a probabilidade de se decidir pela hipótese *i* quando da ocorrência da hipótese *j*. As entradas diagonais de **D**, chamadas de probabilidade de detecção, arranjadas em um vetor são denominadas P^d:

$$P_i^d = D_{ii} = \text{prob}(\hat{\theta} = i \,|\, \theta = i) \tag{3.21}$$

As entradas da diagonal contrária representam a probabilidade de erro, e são denominadas P^e:

$$P_i^e = 1 - D_{ii} = \text{prob}(\hat{\theta} \neq i \,|\, \theta = i). \tag{3.22}$$

Considerando o sensoriamento espectral, tem-se:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - P_{fa} & 1 - P_d \\ P_{fa} & P_d \end{bmatrix},$$

em que P_{fa} é a probabilidade de falso alarme, situação que representa a probabilidade de decidir que o canal sensoriado está ocupado, de fato não estando; e P_d é a probabilidade de detecção, a qual representa a probabilidade de decidir que o canal sensoriado está ocupado, de fato estando. Com já descrito, encontra-se aqui uma situação conflitante, que é minimizar a P_{fa} e maximizar a P_d. Um baixo valor de limiar de decisão resultará em um alto P_{fa} e um alto P_d e vice-versa. Assim, surge a necessidade de encontrar uma solução de compromisso, que na prática é feita por meio das curvas ROC (*Receiver Operating Characteristic* – Característica de Operação do Receptor), nas quais apresenta-se a variação de P_{fa} versus P_d com a variação do limiar de decisão.

3.4. DETECTORES MINIMAX E MINIMAX ROBUSTOS

Os critérios de otimização mais comuns nos projetos dos detectores são: *minimax*, Bayes, MAP (máximo *a posteriori*) e MV [11]. Nesta dissertação, foi utilizado o detector *minimax*, que sob a ótica do sensoriamento espectral pode ser escrito com um problema de otimização da forma:

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \ \max_j \left(P_{fa} \ , 1 - P_d \right) \\ &\text{sujeito a} \ \mathbf{t}_k \succeq 0, \ \ \mathbf{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{t}_k = 1, \ \ k = 1, ..., q. \end{aligned} \tag{3.23}$$

Este problema pode ser resolvido diretamente, mas também pode ser considerado como um problema de otimização bi-critério a ser resolvido por *escalarização* [11, p. 368]. Neste caso objetiva-se minimizar a soma ponderada de P_{fa} e $1 - P_d$, o que, para diferentes ponderações, resultará em uma curva ROC do tipo linear por partes (*piecewise linear*), cujos vértices correspondem aos detectores determinísticos [11, p. 372]. Mas isto não considera todos os possíveis detectores ótimos (pontos fora dos vértices da curva ROC). Sendo assim é possível que a

resolução do problema (3.23) leve a projetos de detectores aleatórios que superem o desempenho dos detectores determinísticos. Por isso levou-se em consideração neste trabalho os detectores não determinísticos. É válido comentar ainda que a solução direta do problema (3.23), sem restrições adicionais, resultará em $P_{fa} = 1 - P_d$. Em outras palavras, quando se busca minimizar simultaneamente P_{fa} e $1 - P_d$, naturalmente encontra-se uma solução que force $P_{fa} = 1 - P_d$.

Para o detector *minimax* o conhecimento da matriz **P** é necessário. Agora, para o detector *minimax* robusto, admite-se que apenas algumas informações sobre ela sejam conhecidas. Por exemplo, sejam dados o primeiro e o segundo momento da variável observada sob as hipóteses $\mathcal{H}_0$ e $\mathcal{H}_1$. Admita que **P** pertença a um conjunto finito ou infinito de distribuições, $\mathcal{P}$. Assim, o detector caracterizado pela matriz **T** e a matriz de probabilidades de detecção **D** dependerão, agora, do valor particular de **P**. O detector passa a ser ter seu desempenho julgado em termos de uma matriz de probabilidade de detecção de pior caso, cujos elementos serão:

$$D_{ij}^{\text{pc}} = \begin{cases} \max\limits_{P \in \mathcal{P}} D_{ij}, & i, j = 1, 2, ..., m, \quad i \neq j \\ \min\limits_{P \in \mathcal{P}} D_{ij}, & i, j = 1, 2, ..., m, \quad i = j. \end{cases} \tag{3.24}$$

A probabilidade de erro de pior caso, $P_i^{\text{epc}} = 1 - D_{ii}^{\text{pc}}$, é a maior probabilidade de erro quando da ocorrência da hipótese $\theta = i$ para as distribuições em $\mathcal{P}$. O problema de otimização para o detector *minimax* robusto pode ser descrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{minimize } \max_i P_i^{\text{epc}} &= \max_{i=1,...,m} \max_{P \in \mathcal{P}} \left[1 - (\mathbf{TP})_{ii} \right] \\ &= 1 - \min_{i=1,...,m} \min_{P \in \mathcal{P}} (\mathbf{TP})_{ii} \\ \text{sujeito a } \mathbf{t}_k &\succeq 0, \quad \mathbf{1}^{\text{T}} \mathbf{t}_k = 1, \quad k = 1, ..., q. \end{aligned} \tag{3.25}$$

Quando $\mathcal{P}$ é infinito e definido por meio de um conjunto de restrições lineares de igualdade e desigualdade formando um poliedro, tem-se uma formulação bastante complexa de (3.25). Simplificando, pode-se considerar que $\mathcal{P}$ seja da forma:

$$\mathcal{P}=\left\{P=\left[p_1...p_m\right]\middle|\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{p}_k=\boldsymbol{b}_k,\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{p}_k=1,\boldsymbol{p}_k\succeq 0\right\} \tag{3.26}$$

Admite-se que os valores esperados para cada distribuição da variável sob análise sejam conhecidos (para cada hipótese). Seja $\mathbf{p}_k$ o conjunto de distribuições (k =1, 2 para o detector binário) que atendem a estes valores esperados, representado por $\mathbf{A}_k\mathbf{p}_k = \mathbf{b}_k$, em que $\mathbf{A}_k$ é a matriz que determina que valor esperado é conhecido sob cada hipótese. Mais adiante um exemplo auxiliará o entendimento desta representação. Pode-se formular o problema de projeto do detector *minimax* robusto como [11]:

$$\begin{aligned}&\text{maximize} \quad \gamma\\ &\text{sujeito a} \quad \inf\left\{\mathbf{t}_i^{\mathrm{T}}p\middle|\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{p}=\boldsymbol{b}_i,\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{p}=1,\boldsymbol{p}\succeq 0\right\}\geq\gamma,\ \ i=1,...,m\\ &\qquad\qquad \mathbf{t}_i\succeq 0,\quad \mathbf{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{t}_i=1,\quad i=1,...,n,\end{aligned} \tag{3.27}$$

em que t_i é a i-ésima linha da matriz $\mathbf{T}$. Aplicando a dualidade de LP,

$$\inf\left\{\mathbf{t}_i^{T}p\middle|\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{p}=\boldsymbol{b}_i,\mathbf{1}^{T}\boldsymbol{p}=1,\boldsymbol{p}\succeq 0\right\}=\sup\left\{\upsilon^{T}b_i+\mu\middle|A_i^{T}\upsilon+\mu 1\preceq\mathbf{t}_i\right\} \tag{3.28}$$

Aplicando (3.28) no problema (3.27) pode-se expressá-lo como um LP

$$\begin{aligned}&\text{maximize} \quad \gamma\\ &\text{sujeito a} \quad \upsilon_i^{T}b_i+\mu_i\geq\gamma, \qquad i=1,...,m\\ &\qquad\qquad A_i^{T}\upsilon_i+\mu_i\mathbf{1}\preceq\mathbf{t}_i, \qquad i=1,...,m\\ &\qquad\qquad \mathbf{t}_i\succeq 0,\ \ \mathbf{1}^{T}\mathbf{t}_i=1, \qquad i=1,...,n,\end{aligned} \tag{3.29}$$

com as variáveis $\upsilon_1,...,\upsilon_m$, $\mu_1,...,\mu_n$, e $\mathbf{T}$.

Como exemplo, para o caso do sensoriamento espectral considere que o primeiro e o segundo momentos da variável de decisão escolhida (2.6) – (2.9) sob as hipóteses $\mathcal{H}_0$ e $\mathcal{H}_1$ sejam conhecidos e valham E[Z] = α_1 e E[Z^2] = α_2 sob a hipótese $\mathcal{H}_0$; E[Z] = β_1 e E[Z^2] = β_2 sob $\mathcal{H}_1$. As matrizes $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2 = \mathbf{A}$ e os vetores $\mathbf{b}_1$ e $\mathbf{b}_2$ são definidos da seguinte forma:

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2 = \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_q \\ a_1^2 & a_2^2 & \cdots & a_q^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}, \tag{3.30}$$

em que $\{a_1, a_2, ..., a_q\}$ são os possíveis valores da variável aleatória observada *Z*. As probabilidades de detecção de pior caso são neste caso representadas por:

$$D_{11}^{\text{pc}} = \inf \left\{ \mathbf{t}p \mid \sum_{i=1}^{q} a_i p_i = \alpha_1, \sum_{i=1}^{q} a_i^2 p_i = \alpha_2, \mathbf{1}^T p = 1, p \succeq 0 \right\} \tag{3.31}$$

$$D_{22}^{\text{pc}} = \inf \left\{ (1-\mathbf{t})p \mid \sum_{i=1}^{q} a_i p_i = \beta_1, \sum_{i=1}^{q} a_i^2 p_i = \beta_2, \mathbf{1}^T p = 1, p \succeq 0 \right\}, \tag{3.32}$$

em que **t** é a primeira linha transposta da matriz **T**. A segunda linha de **T** é dada por $(1 - \mathbf{t})^{\text{T}}$. Aplicando o conceito de dualidade de LP pode-se considerar D_{11}^{pc} como o valor ótimo do LP:

$$\begin{aligned} &\text{maximize} \quad \mathrm{w}_0 + z_1\alpha_1 + z_2\alpha_2 \\ &\text{sujeito a} \quad \mathrm{w}_0 + z_1 a_i + z_2 a_i^2 \le t_i, \quad i = 1, ..., q, \end{aligned} \tag{3.33}$$

em que $z_0, z_1, z_2 \in \mathbb{R}$ são as variáveis. Do mesmo modo, D_{22}^{pc} é o valor ótimo para o LP:

$$\begin{aligned} &\text{maximize} \quad \mathrm{w}_0 + w_1\alpha_1 + w_2\alpha_2 \\ &\text{sujeito a} \quad \mathrm{w}_0 + w_1 a_i + w_2 a_i^2 \le 1 - t_i, \quad i = 1, ..., q, \end{aligned} \tag{3.34}$$

com as variáveis $w_0, w_1, w_2 \in \mathbb{R}$. Agora, o detector minimax robusto para o caso binário pode ser projetado, maximizando-se o mínimo de D_{11}^{pc} e D_{22}^{pc}. Faz-se isto solucionado o problema de otimização linear (e, portanto, convexo):

$$\begin{aligned} &\text{maximize} \quad \gamma \\ &\text{sujeito a} \begin{cases} z_0 + z_1\alpha_1 + z_2\alpha_2 \ge \gamma \\ w_0 + \beta_1 w_1 + \beta_2 w_2 \ge \gamma \\ z_0 + z_1 a_i + z_2 a_i^2 \le t_i, \quad i = 1, ..., q \\ w_0 + w_1 a_i + w_2 a_i^2 \le 1 - t_i, \quad i = 1, ..., q \\ \mathbf{0} \preceq \mathbf{t} \preceq \mathbf{1}. \end{cases} \end{aligned} \tag{3.35}$$

As variáveis do problema são z_0, z_1, z_2, w_0, w_1, w_2 e **t**. Com a matriz **T** obtida, o detector realizará o teste de hipóteses de forma análoga aquela descrita na seção 3.3 deste capítulo. Ter-se-á como entrada uma amostra da variável Z, que no caso corresponde ao valor da variável de decisão escolhida, computada via (2.6) – (2.9), quantizada em um dos q possíveis valores $\{a_1,..., a_q\}$.

Neste capítulo foram apresentados conceitos sobre a técnica de otimização matemática conhecida por otimização convexa e sua aplicação no projeto de detectores para sensoriamento espectral. No próximo capítulo, será abordado como este projeto foi implementado utilizando o software CVX. O modelo de ruído impulsivo adotado e o procedimento para gerar as informações necessárias para a simulação dos detectores também serão abordados.

4. PROJETO DE DETECTORES VIA OTIMIZAÇÃO CONVEXA PARA SENSORIAMENTO ESPECTRAL SOB RUÍDO IMPULSIVO

4.1. MODELO DE RUÍDO IMPULSIVO

Podemos retratar o ruído impulsivo (RI) como sendo uma rajada de pequenos pulsos de grande amplitude que aparecem inesperadamente no canal de comunicação. Este RI pode ser gerado na própria natureza como os raios, ou gerados pelo homem, como: sistemas de partida de carros, faiscamento em interruptores de lâmpadas incandescentes ou em motores elétricos, sistemas de controles de lava-louças, etc.

Neste trabalho, para modelar o efeito do RI adotou-se o modelo apresentado em [10][36]. Outros modelos podem ser encontrados em [37][38]. A forma de onda do RI é ilustrada na Figura 4.1. Ela é gerada por meio do gatilhamento do sinal de ruído branco. Os principais parâmetros do modelo estão indicados na Figura 4.1. Estes parâmetros são configurados considerando o tipo de fonte de ruído, conforme descrito em [36].

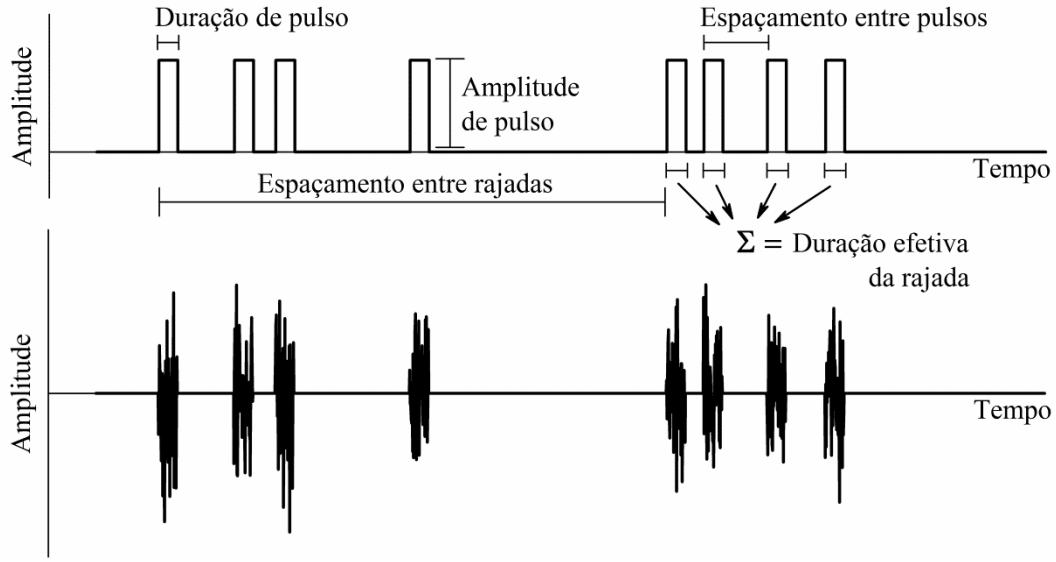


Figura 4.1 - *Forma de onda de gatilhamento (acima) e forma de onda do ruído impulsivo (abaixo) [10].*

Para que este modelo seja aplicado ao contexto do sensoriamento espectral, os parâmetros em questão devem ser substituídos por outros[10]: K é a razão entre a potência média do RI e a potência média do ruído térmico; p_{IN} é a probabilidade de ocorrer RI durante um período de sensoriamento; a porção de RCs atingidos pelo RI é denominada p_{CR}. A probabilidade de ocorrência de RI é uma variável aleatória de Bernouilli com probabilidade de sucesso p_{IN} e o número de RCs afetados pelo RI é uma variável aleatória Binomial com parâmetros m e p_{CR}. A quantidade de rajadas de RI, N_b que ocorre durante o período de sensoriamento e o comprimento da rajada, N_s são configuráveis. Portanto, cada rajada de RI degrada N_s amostras coletadas por um dado RC. O intervalo entre rajadas consecutivas é uma variável uniformemente distribuída num intervalo discreto de tempo $[0, n - N_b \times N_s]$.

4.2. PROCEDIMENTO DE PROJETO

A forma de obtenção dos dados necessários para que os detectores possam ser projetados será explanada neste item, desde a parametrização dos dados para geração da variável de decisão até a formação da curva ROC, por onde será analisado o desempenho de cada técnica de detecção por autovalores sob a influência ou não de RI para alguns níveis de SNR.

Pode-se dividir o projeto e a avaliação dos detectores em duas etapas: na primeira o algoritmo que gera as densidades de probabilidade da variável de decisão por meio de uma estimação empírica, para as hipóteses $\mathcal{H}_0$ e $\mathcal{H}_1$, será configurado e os resultados alcançados serão utilizados para alimentar o algoritmo de otimização convexa que fornecerá a matriz **T**. Na segunda etapa aplica-se a matriz **T** em um ambiente de simulação, diferente do ambiente que ela foi projetada, e compara-se o desempenho dos detectores por meio dos pontos ótimos que serão obtidos por meio de testes de hipóteses com a curva ROC convencional (aquela gerada por meio da variação de P_{fa} *versus* P_d em função da variação do limiar de decisão).

Na primeira etapa admite-se *a priori* que as densidades de probabilidade exatas das variáveis de decisão sob as duas hipóteses são desconhecidas utilizando um algoritmo escrito em *Mathcad.* O objetivo será estimar empiricamente estas densidades, que formarão a matriz **P**. O primeiro passo consiste em configurar os parâmetros do sistema: a quantidade de rádios cognitivos envolvidos (m), o número de amostras coletadas do sinal primário (n), e a quantidade de rádios primários (p). Neste trabalho estes parâmetros não foram alterados durante as simulações. O próximo passo consiste em caracterizar o ruído impulsivo que afetará o sistema, por meio da configuração dos parâmetros K, p_{IN}, p_{CR}, N_{s} e N_{b}. Ajustando estes parâmetros pode-se testar a simulação em diversas cenários de RI: fraco, moderado e intenso. A SNR desejada para a simulação é configurada em dB. Finalizando a configuração ajustamos o parâmetro N_{v} que indica a quantidade de amostras desejadas da variável de decisão e o parâmetro com o qual se escolhe qual técnica de sensoriamento será utilizada. As opções para este parâmetro são ED, ERD, RLRT e GLRT.

Com os dados de entrada definidos, pode-se, inicialmente gerar as matrizes **X**, **H**, **V** e $\mathbf{V}_{\mathrm{IN}}$. Com a matriz $\mathbf{Y} = \mathbf{HX} + \mathbf{V} + \mathbf{V}_{\mathrm{IN}}$ calculada, computa-se a matriz de covariância **R** de onde são obtidos os autovalores. Na matriz **Y**, os componentes de **X** são variáveis aleatórias Gaussianas complexas representando a transmissão de um sinal com distribuição Gaussiana. Os elementos de **H** são também variáveis aleatórias Gaussianas complexas, de forma a simular um canal com desvanecimento Rayleigh plano, constante durante o intervalo de sensoriamento e independente de um intervalo para o seguinte. As amostras de **V** também são Gaussianas complexas,

para simular o efeito do ruído térmico presente nos RCs. As amostras de $\mathbf{V}_{IN}$ são geradas de acordo com o modelo descrito no item 4.1. Os valores de **X** são tais que simulam a potência de transmissão unitária. Os elementos de **H** tem valor quadrático médio unitário de forma a não alterar a SNR programada. Os elementos de **V** tem intensidade dependente da SNR e os elementos de $\mathbf{V}_{IN}$ tem valor dependente dos valores em **V** e do parâmetro *K*. Por fim calcula-se a variável de decisão *Z* de acordo com a técnica de sensoriamento escolhida. Este cálculo nos fornece N_v valores de *Z* para as duas possíveis hipóteses do sinal primário, $\mathcal{H}_0$ e $\mathcal{H}_1$.

A partir do cálculo da variável de decisão *Z* para as hipóteses $\mathcal{H}_0$ e $\mathcal{H}_1$, os N_v valores obtidos são quantizados em *q* valores e ajustado para a faixa de inteiros [0, *q*-1]. Em seguida constroem-se os histogramas da variável quantizada sob as duas hipóteses, normalizados para a soma unitária das probabilidades de cada valor. Estes valores quantizados formam a matriz **P** definida na seção 3.3. Esta matriz é composta por duas colunas que representam a densidade de probabilidade estimada empiricamente para as hipóteses $\mathcal{H}_0$ e $\mathcal{H}_1$. Ela é utilizada como dado de entrada para o algoritmo de otimização do detector *minimax*.

Ainda utilizando os valores quantizados da variável aleatória Z, podem ser obtidos o seu primeiro e segundo momentos para as duas hipóteses. Estes dados serão utilizados como informação prévia sobre o sinal primário e alimentarão o algoritmo de otimização para o projeto do detector *minimax* robusto. Todos os dados gerados por meio do algoritmo em *Mathcad* são exportados como arquivo (.txt) e salvos em um pasta no computador.

Os algoritmos de otimização foram projetados para serem executados com o CVX [17], que é uma ferramenta para especificação e solução de problemas de otimização convexa, baseado em *Matlab*. Primeiramente é preciso recuperar os dados que foram armazenados no computador. Com os dados recuperados são executados os algoritmos (programas em CVX que serão apresentados adiante) e os resultados são armazenados no computador. Estes resultados são as matrizes **T** ótimas que governam o funcionamento do detector. Este processo é repetido algumas vezes, a fim de se obter diversas matrizes **T**. Posteriormente se escolhe dentre estas

matrizes as que obtiveram os melhores pontos ótimos, aquelas que levarem à menor P_{fa} e a maior P_d.

As matrizes do detector *minimax* (**T***m*) e do detector *minimax* robusto (**T***r*) serão utilizadas na segunda etapa do processo. Estas matrizes são obtidas tanto para as amostras sem influência do RI quanto para as amostras contaminadas pelo RI. Sendo assim, ao fim do algoritmo de otimização haverá quatro matrizes ótimas: $\mathbf{T}_{msr}$ e **T**rsr, projetadas com amostras sem RI, e $\mathbf{T}_{mri}$ e $\mathbf{T}_{rri}$ projetadas com amostras com RI. É bom esclarecer que para se chegar ao fim desta primeira etapa, o procedimento descrito deve ser executado duas vezes - uma sem RI ($K=0$) e a outra com RI ($K>0$).

Em seguida avaliam-se os desempenhos dos detectores *minimax* e *minimax* robusto, adaptativos ou não adaptativos de acordo com o cenário escolhido para teste. Inicialmente executa-se o algoritmo em *Mathcad* parametrizado para as condições de teste e principalmente com a definição se as amostras terão ou não influência do RI. As informações necessárias e que serão utilizadas no teste de hipóteses são a *PAPR* (*peak-to-average power ratio*) e o parâmetro I_{RI} . O parâmetro I_{RI} é representado por um vetor de valores com distribuição binomial com N_v amostras para cada hipótese terá zeros quando $K = 0$. A quantidade de amostras contaminadas dependerá do valor escolhido de p_{IN}. Os valores de *PAPR* e I_{RI} são computados para as duas hipóteses do sinal primário. Para efeito de comparação do desempenho dos detectores, os valores obtidos da variável de decisão quantizada *T0* e *T1* para as hipóteses $\mathcal{H}_0$ e $\mathcal{H}_1$, também são armazenados.

Ao iniciarmos o teste de hipóteses carregaremos as quatro matrizes ótimas: $\mathbf{T}_{msr}$ e **T**rsr, que foram projetadas no algoritmo de otimização com amostras sem RI e $\mathbf{T}_{mri}$ e $\mathbf{T}_{rri}$, que foram projetadas com amostras com RI. A ideia de usar estas matrizes é justamente à questão da adaptabilidade do detector ao ambiente que ele será testado. Os outros dados necessários para o teste de hipóteses: *PAPR*, I_{RI} , *T0* e *T1* também são carregados.

O processo de avaliação do desempenho começa com um teste de hipóteses utilizando a informação de *PAPR*. Os valores de *PAPR* são comparados, com um nível de referência - PAPRr (baseado na média dos valores de *PAPR* para todos os cenários). Inicialmente, esta comparação é feita com a primeira coluna de *PAPR* (que

representa a hipótese $\mathcal{H}_0$). Os valores de *PAPR* são computados e comparados um de cada vez com o valor de PAPRr. Se um valor estiver maior que o nível de referência, isto indica que a variável de decisão está contaminada por RI e, portanto, o teste será realizado com a matriz $\mathbf{T}_{\text{mri}}$ para o detector *minimax* e $\mathbf{T}_{\text{rri}}$ para o detector *minimax* robusto. Se o valor de *PAPR* for menor que ou igual ao valor de PAPRr, a matriz utilizada será a $\mathbf{T}_{\text{msr}}$ para o detector *minimax* e **T**rsr para o detector *minimax* robusto, indicando que aquela amostra não tem influência de RI.

Após a escolha da matriz, iniciamos o teste de hipóteses que consiste em ler os valores de cada posição da matriz escolhida e compará-lo a um valor gerado aleatoriamente, entre 0 e 1. Se o valor gerado for menor que o valor da posição da matriz **T**, estima-se que o sinal não está presente e a estimativa de canal está correta. Caso o valor seja maior do que o valor da matriz, estima-se que o sinal está presente e, considerando que, a princípio não deveria haver presença de sinal, calcula-se a probabilidade de falso alarme, P_{fa}.

O processo, então é repetido só que agora utilizando a segunda coluna da *PAPR* (representa a hipótese $\mathcal{H}_1$). Agora, ao comparar os valores gerados com a matriz escolhida, será estimada a probabilidade de presença do sinal primário. Se o valor gerado for maior que o valor da posição da matriz, estima-se que o sinal está presente e a estimativa de canal está correta, e calcula-se a probabilidade de detecção, P_d. Ao fim deste teste obtêm-se os pontos de operação (P_{fa} *x* P_d) dos detectores *minimax* e *minimax* robustos, sob a ótica do parâmetro *PAPR*.

O procedimento descrito quando se utiliza a *PAPR* é executado de forma análoga para o parâmetro I_{RI}. Os pontos de operação dos detectores obtidos via I_{RI} serão comparados posteriormente com os pontos de operação dos detectores obtidos via *PAPR*.

Também foram obtidos resultados de simulação para detectores não adaptativos, utilizando processo semelhante. A única diferença destes detectores para os adaptativos é que as matrizes **T** utilizadas no teste de hipóteses são pré-definidas, ou seja, utilizam-se as matrizes obtidas na presença de RI (**T**$_{\text{mri}}$ e **T**$_{\text{rri}}$) ou as matrizes obtidas na ausência de RI (**T**$_{\text{msr}}$ e **T**rsr). Os pontos de operação dos detectores

minimax e *minimax* robusto não adaptativos obtidos no teste de hipóteses serão utilizados para comparação do desempenho dos detectores.

Para que a interpretação dos resultados fique mais clara e objetiva, foi considerada a construção de uma curva ROC de referência que mostra a variação de P_{fa} *versus* P_d em função da variação do limiar de decisão, usando os valores da estatística de teste escolhida (*T0* e *T1*). Os resultados obtidos e suas interpretações serão apresentados no próximo capítulo.

As Figuras 4.2 – 4.9 apresentam exemplos de histogramas obtidos ao fim da primeira etapa, àquela em que são estimadas as distribuições da variável de decisão. No primeiro cenário as amostras coletadas não sofrem influência do RI, ou seja, K = 0. Para o segundo cenário a configuração do parâmetro K = 5 indica que as amostras coletadas estão sobre influência de um ruído impulsivo moderado. Os parâmetros p_{IN} e p_{CR} foram configurados com os mesmos valores para ambos os cenários (p_{IN} =0,2 e p_{CR} =1). Nesta configuração, tem-se que, 20% das amostras coletadas no segundo cenário estão contaminadas pelo RI e que 100% dos RC's envolvidos no processo sofreram influência do RI.

Pode-se observar nas figuras que as amostras da variável de decisão para a hipótese $\mathcal{H}_1$, quando submetidas ao RI sofrem uma degradação em sua distribuição independente da técnica utilizada. Em outras palavras, a presença de RI aumenta a sobreposição dos histogramas sob as hipóteses $\mathcal{H}_0$ e $\mathcal{H}_1$, degradando o desempenho do sensoriamento. Outro fato que se observa é que a distribuição das amostras para a hipótese $\mathcal{H}_0$ não sofre nenhuma degradação em relação à presença ou ausência do RI.

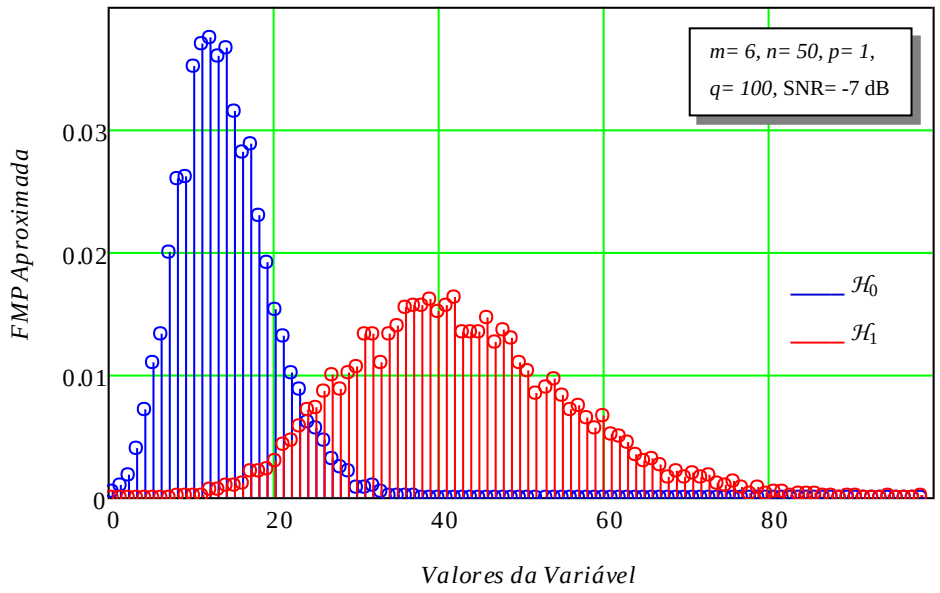


Figura 4.2 - *Histograma das amostras quantizadas da variável de decisão, utilizando a técnica ED (K=0).*

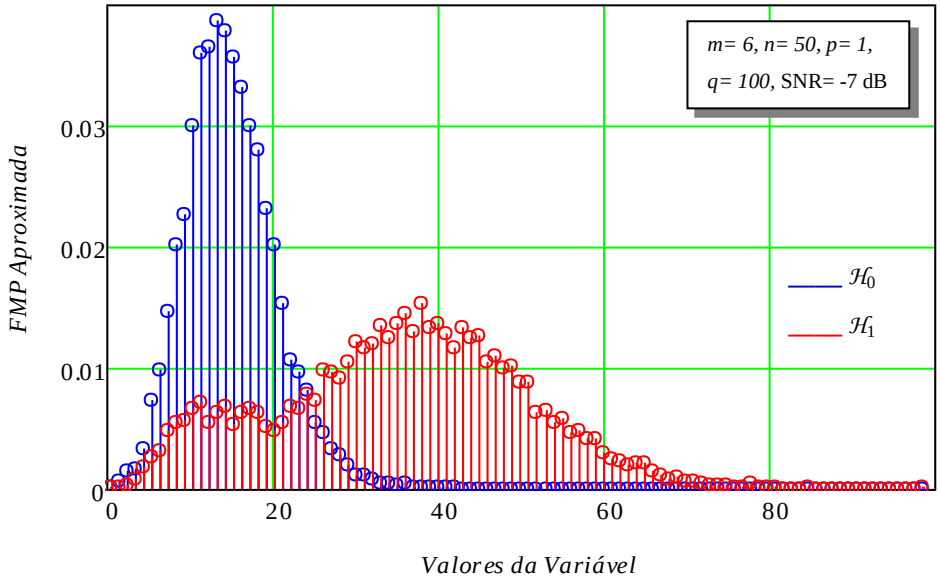


Figura 4.3 - *Histograma das amostras quantizadas da variável de decisão, utilizando a técnica ED (K=5).*

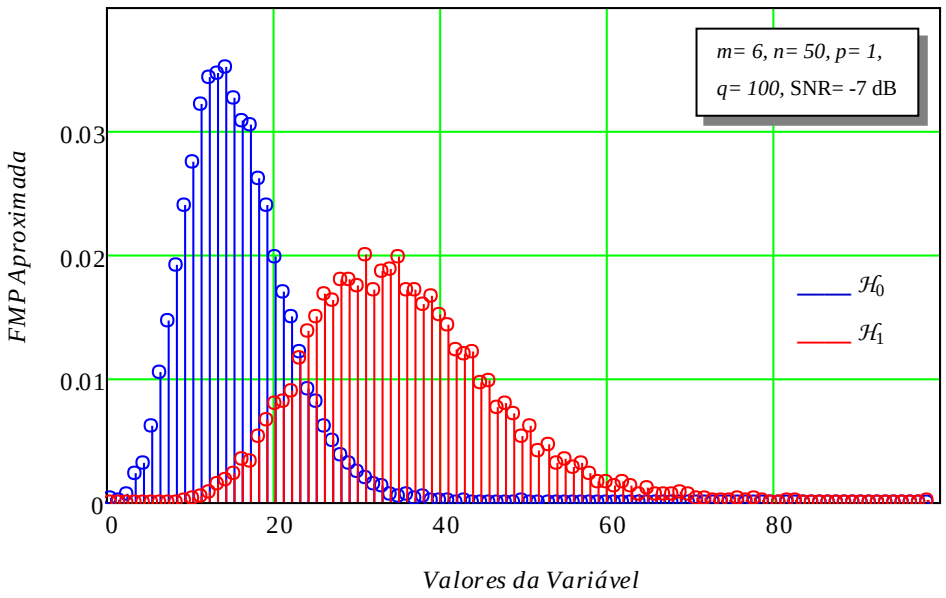


Figura 4.4 - *Histograma das amostras quantizadas da variável de decisão, utilizando a técnica ERD (K=0).*

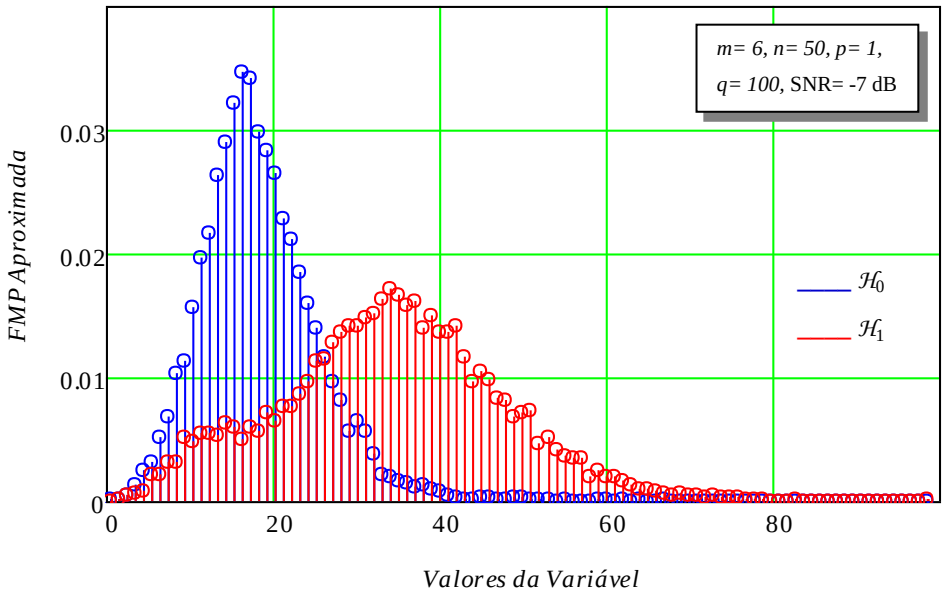


Figura 4.5 - *Histograma das amostras quantizadas da variável de decisão, utilizando a técnica ERD (K=5).*

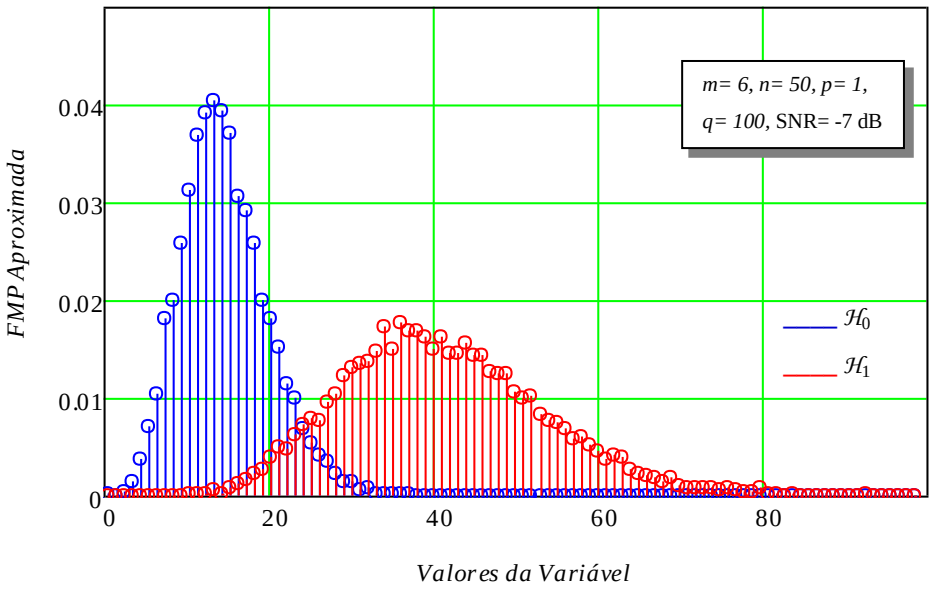


Figura 4.6 - *Histograma das amostras quantizadas da variável de decisão, utilizando a técnica RLRT (K=0).*

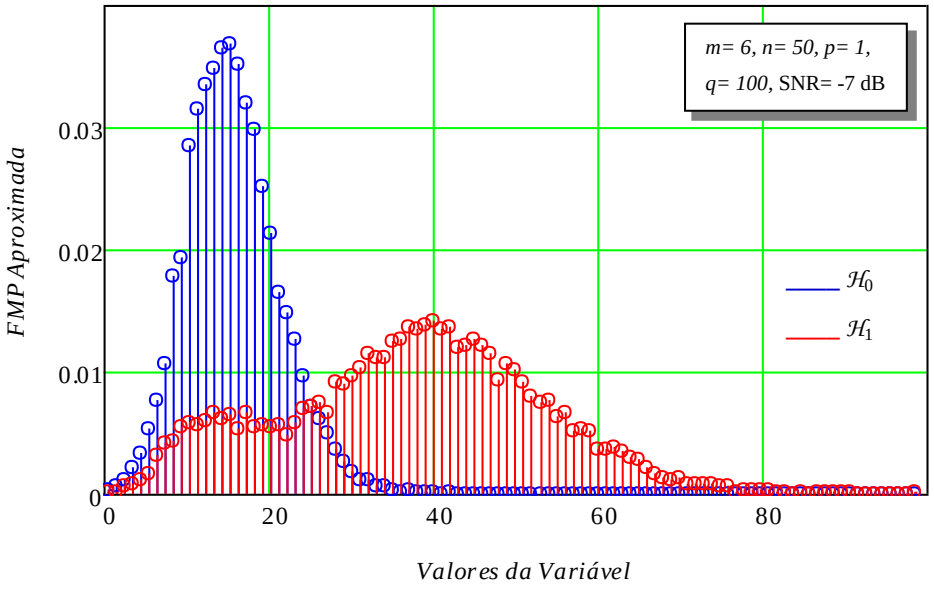


Figura 4.7 - *Histograma das amostras quantizadas da variável de decisão, utilizando a técnica RLRT (K=5).*

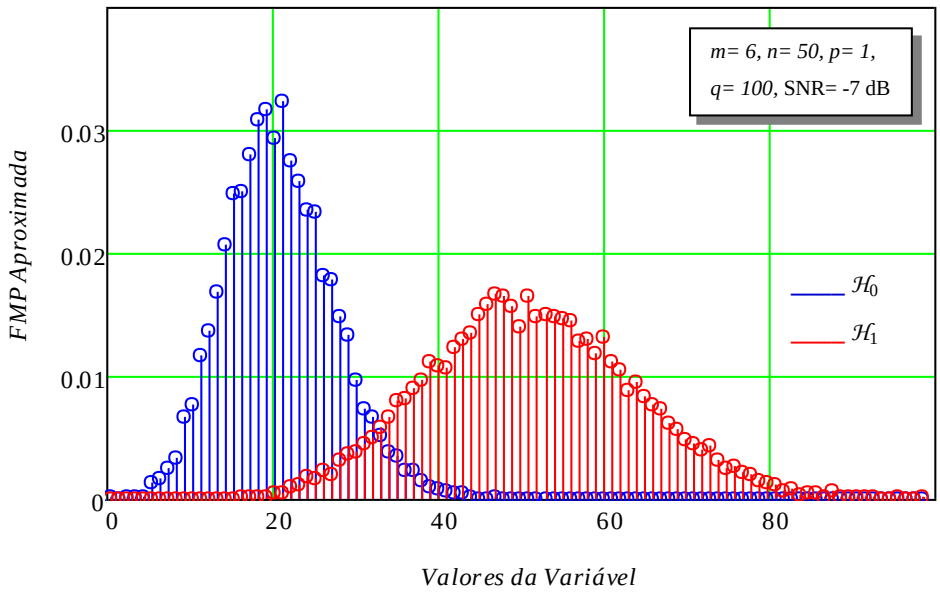


Figura 4.8 - *Histograma das amostras quantizadas da variável de decisão, utilizando a técnica GLRT (K=0).*

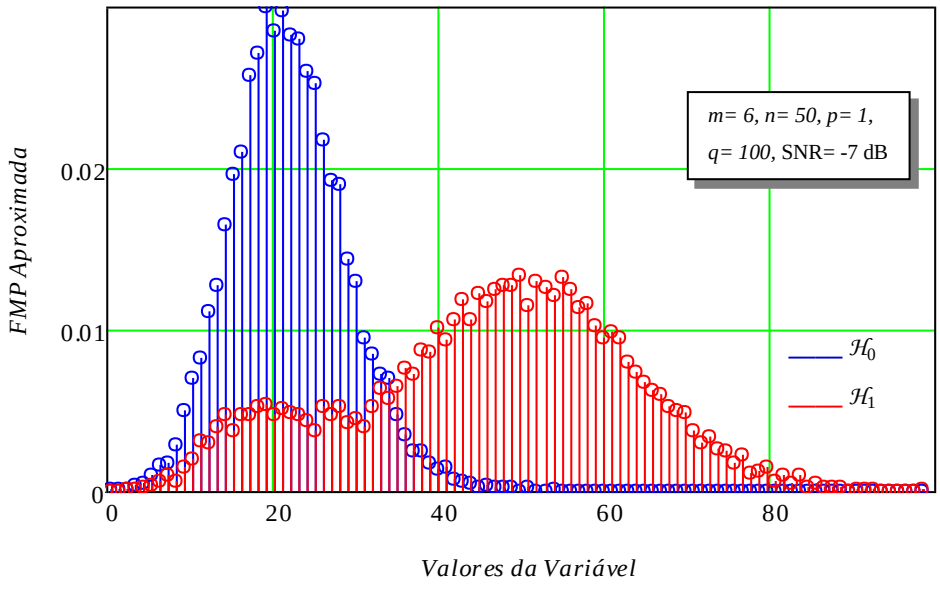


Figura 4.9 - *Histograma das amostras quantizadas da variável de decisão, utilizando a técnica GLRT (K=5).*

4.3. PROJETO DOS DETECTORES VIA CVX

A tradução do problema de otimização (3.23) para o ambiente do CVX é apresentado no Programa 4.1. Como comentado, o único dado de entrada necessário é a matriz **P**. As densidades de probabilidade das variáveis de decisão sob as hipóteses $\mathcal{H}_0$ e $\mathcal{H}_1$ são desconhecidas. Logo, as mesmas foram estimadas empiricamente para formação de **P** via Mathcad. Os 10.000 valores da variável decisão (N_v) obtida de acordo (2.6) – (2.9) foram quantizados em q valores e com isso foram construídos dois histogramas da variável quantizada sob as duas hipóteses. Estes histogramas completam a primeira e segunda colunas de **P** no arquivo "P.dat", correspondendo às hipóteses $\mathcal{H}_0$ e $\mathcal{H}_1$, respectivamente. O resultado do problema de otimização é a matriz **T**, que no Programa 4.1 pode ser arredondada de forma que tenhamos apenas os valores 0 e 1. A utilização desta heurística serve para transformar o detector aleatório resultante em um detector determinístico. No caso do detector *minimax* não foi detectada nenhuma alteração de desempenho devido a esta heurística.

```
P = dlmread('c:\P.dat');
[q,m] = size(P);      % m = 2 para detector binário %
cvx_begin
variables T(m,q) D(m,m)
minimize max(D(1,2), D(2,1))
subject to
   D == T*P;
   sum(T, 1) == 1;
   T >= 0;
cvx_end
T = round(T);         % heurística opcional %
```

Programa 4.1 – *Código CVX para o projeto do detector minimax.*

O problema de otimização (3.35) traduzido para o ambiente do CVX é apresentado no Programa 4.2. As matrizes $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2 = \mathbf{A}$ e os vetores $\mathbf{b}_1$ e $\mathbf{b}_2$ são os dados de entrada. Os elementos de $\mathbf{b}_1$ e $\mathbf{b}_2$, que representam o primeiro e segundo momentos, foram estimados a partir dos histogramas normalizados da variável de decisão. Para este problema também foi utilizada a heurística para transformar o detector aleatório em um detector determinístico. Porém, ao contrário do problema anterior para o detector *minimax* robusto, a utilização de tal heurística resultou em melhora de desempenho.

```
alpha1 = dlmread('c:\alpha1.dat');

alpha2 = dlmread('c:\alpha2.dat');

beta1 = dlmread('c:\beta1.dat');

beta2 = dlmread('c:\beta2.dat');

q = dlmread('c:\q.dat');
a = 0:q-1;
cvx_begin
variables t(q) z0 z1 z2 w0 w1 w2 g
maximize g
subject to
z0 + z1*alpha1 + z2*alpha2 >= g;
w0 + w1*beta1 + w2*beta2 >= g;
t >= 0;
t <= 1;
for i = 1:q
z0 + z1*a(i) + z2*(a(i)^2) <= t(i);
w0 + w1*a(i) + w2*(a(i)^2) <= (1-t(i));
end
cvx_end
T = [t,1-t]';
T = round(T);          % heurística opcional %
```

Programa 4.2 - *Código CVX para o projeto do detector minimax robusto.*

A descrição detalhada do projeto dos detectores foi o objetivo deste capítulo. Foi apresentado o procedimento para obtenção dos dados de entrada dos algoritmos de otimização convexa e como as matrizes ótimas **T** (resultados destes algoritmos), são utilizadas para obtenção dos pontos de operação do detector. Foram também apresentados os histogramas obtidos por meio das amostras quantizadas da variável de decisão, para as quatro técnicas de sensoriamento por autovalores: ED, ERD, RLRT e GLRT, para dois cenários distintos: com ausência de RI ($K=0$) e outro com influência de RI ($K>0$). Por fim, foram apresentados dois programas desenvolvidos em CVX, um para o detector *minimax* e outro para o detector *minimax* robusto. A seguir, serão mostrados e interpretados os resultados de simulação para diferentes cenários envolvendo os detectores.

5. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

5.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentados e interpretados os resultados obtidos com os detectores *minimax* e *minimax* robusto, adaptativos ou não adaptativos, aplicados a diversos cenários de simulação. O desempenho dos detectores foi avaliado por meio da curva ROC, que apresenta a variação de P_{fa} versus P_d em função do limiar de decisão, e de pontos de operação resultantes do uso da matriz **T** ótima, obtida por meio dos Programas 4.1 e 4.2.

O principal objetivo deste trabalho foi investigar o desempenho do detector adaptativo em relação ao detector não adaptativo para as quatro técnicas de sensoriamento analisadas, em diferentes cenários de SNR e ruído impulsivo. Isto pode ser de grande valor, pois um detector que se adapta ao ambiente em que está inserido pode trazer significativa melhora na detecção do sinal primário em um sistema de RC e, consequentemente, uma decisão mais assertiva sobre a possível utilização oportuna do canal sensoriado. Outro ponto investigado foi o desempenho do detector *minimax* robusto em relação ao detector *minimax*. Como relatado, o *minimax* robusto não necessita, *a priori*, do conhecimento da distribuição das estatísticas de teste e isto pode ser considerado uma vantagem em relação ao *minimax*.

Em estudo anterior [13] foi verificado que a utilização de uma heurística de arredondamento apresentava uma significativa melhora de desempenho para o detector *minimax* robusto, fato este que não se repetiu quando esta heurística foi aplicada ao detector *minimax*. Logo, foi considerado que a matriz **T** de saída dos Programas 4.1 e 4.2 foi arredondada segundo a heurística proposta.

Alguns parâmetros utilizados na simulação se repetem em todos os cenários para que haja uma interpretação uniforme dos resultados: um único transmissor

primário (p = 1), o número de RC's em cooperação (m = 6), as amostras coletadas do sinal primário por cada RC (n = 50), a quantidade de amostras da variável de decisão (N_v = 10.000), o número de níveis de quantização (q = 100) e, por fim, o valor de referência de *PAPR* utilizado para comparação (PAPRr = 8,3). Os valores de p, m e n adotados são os mesmos de [9] para efeito de comparação, e os níveis de quantização foram definidos baseados em [13]. As matrizes **T** obtidas por meio dos Programas 4.1 e 4.2 foram projetadas com amostras de RI configuradas com os seguintes parâmetros: p_{IN} = 1 e p_{CR} = 1, o que indica que sempre as amostras da variável de decisão estão contaminadas pelo RI e que todos os RC's envolvidos no processo serão contaminados. Este caso pode ser considerado como o pior cenário, apesar de não ser um cenário realístico.

As simulações foram feitas com dois valores de SNR: - 5 dB e -7 dB. Para cada valor foram feitos testes com diferentes intensidades de RI. Quando K = 1, considera-se que a intensidade de ruído é fraca e, quando K = 5, que a intensidade de ruído é moderada. Na simulação, os parâmetros utilizados para configuração das amostras do RI foram p_{IN} = 0,2 e p_{CR} = 1.

Vale mencionar que as mesmas simulações apresentadas neste trabalho foram realizadas para um cenário em que a relação sinal ruído era menor (SNR ≤ -10 dB), mas, infelizmente, não foram obtidos resultados satisfatórios. Neste cenário, os pontos de operação dos detectores não "descolaram" da curva ROC, indicando que, para SNR's muito baixas, os detectores não apresentaram desempenho superior ao processo convencional, por meio da comparação da variável de decisão com o limiar de decisão.

Durante o processo de simulação dos cenários foi detectado um mau desempenho dos detectores ao utilizarmos as técnicas ED e RLRT (ou MED). Quando os detectores são utilizados em um ambiente com RI (independente da sua intensidade), a curva ROC sofre uma inflexão (joelho) e os pontos de operação dos detectores sofrem uma drástica degradação. Atribui-se este fenômeno ao não conhecimento da variância de ruído composta (impulsivo mais térmico) que deveria ser utilizado no cômputo das estatísticas de teste ED e RLRT (ou MED).

Para tentar amenizar este problema, propôs-se utilizar um artifício utilizado em [9], em que os autores mostram que o GLRT pode ser visto com uma versão modificada do MED, em que a variância real do ruído é substituída por sua estimativa de máxima verossimilhança. A estimativa de máxima verossimilhança é dada pela média dos (*m-p*) autovalores da matriz de covariância de **Y**. Assim, as equações (2.6) e (2.7) podem ser reescritas da seguinte maneira:

$$Z_{\mathrm{ED}} = \frac{\| \mathbf{Y} \|_F^2}{mn\left(\frac{1}{m-1}\sum_1^{m-1}\lambda i\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{m}\lambda_i}{\frac{m}{m-1}\sum_1^{m-1}\lambda_i}, \tag{5.1}$$

$$Z_{\mathrm{RLRT(MED)}} = \frac{\lambda_1}{\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m-1}\lambda_i}. \tag{5.2}$$

Os resultados alcançados com esta substituição foram satisfatórios e serão apresentados adiante.

Esclarecendo a legenda dos gráficos apresentados a seguir: M denota o detector *minimax* e MR denota o detector *minimax* robusto. A curva nomeada de *Convencional* é a curva ROC conseguida em função da variação do limiar de decisão, usando a estatística de teste de cada técnica escolhida. Os pontos isolados correspondem aos pontos de operação dos detectores utilizando a matriz ótima **T**. A linha diagonal tracejada (P_{fa}= 1 - P_d) representa o lugar geométrico dos pontos de operação de um detector *minimax* ideal. Os gráficos apresentados foram agrupados por técnica de sensoriamento e por cenários de modo a facilitar as análises e comparações entre os resultados.

Os parâmetros que sofreram alterações serão apresentados à medida que forem sendo utilizados de acordo com o cenário de simulação sob investigação.

5.2. PAPR VERSUS I_{RI}

Neste primeiro cenário avaliou-se o quanto pode ser eficaz utilizar o parâmetro *PAPR* para detecção da ausência ou presença de RI nas amostras da variável de decisão. A detecção é realizada por meio da comparação do valor de *PAPR* de cada amostra com o valor de PAPRr. Se a presença de RI for detectada serão utilizadas

matrizes **T** ótimas obtidas em um ambiente com RI. Caso contrário, as matrizes **T** ótimas em ambiente com ausência de RI serão utilizadas. Assim funciona o mecanismo de adaptabilidade dos detectores. Após a definição das matrizes pode ser feito o teste de hipóteses para que sejam encontrados os pontos ótimos de operação de cada detector. Este mesmo processo foi feito com a informação do parâmetro I_{RI}, que indica, efetivamente, qual amostra contém ou não RI. Assim, pode-se verificar se é ou não viável utilizar o *PAPR* como um bom indicador de presença ou ausência de RI.

Ao fim de cada simulação foi feita uma comparação, do indicador de RI (I_{RI}) com o resultado da análise de presença de RI via *PAPR*. Os valores médios obtidos nesta comparação para, K = 1, foram 90,8% e 92,8% de probabilidade de acerto, respectivamente para SNR = -5 dB e SNR = -7 dB. Para K = 5 obteve-se 91,6% e 93,1% de acerto para SNR = -5 dB e SNR = -7 dB, respectivamente, para todas as técnicas de sensoriamento estudadas. Estes resultados nos levam a crer que a utilização do parâmetro *PAPR* pode ser considerada bastante precisa no processo de detecção de RI.

A seguir, se pode observar, nos resultados encontrados, que os pontos de operação dos detectores *minimax* e *minimax* robusto utilizando o parâmetro I_{RI} apresentam um posicionamento nos gráficos ligeiramente superiores aos pontos de operação dos detectores utilizando o parâmetro *PAPR* e a curva Convencional, mostrando que os detectores via I_{RI} apresentam um desempenho superior por ter conhecimento total das amostras que estão ou não contaminadas por RI. Mas como o objetivo nesta análise foi verificar o quão próximo seria o desempenho dos detectores via *PAPR*, isto também pôde ser observado, ou seja, os pontos de operação destes detectores ficaram com o desempenho praticamente semelhante aos dos detectores via I_{RI}, salvo quando os detectores foram analisados em um ambiente de ruído impulsivo moderado (K = 5), em que se pode observar que o detector *minimax* via *PAPR* teve seu desempenho degradado, aproximando-se da curva convencional.

Observa-se nos gráficos que o formato da curva ROC para K=5, assemelha-se com o formato do histograma para $\mathcal{H}_1$ na presença de RI.

ED

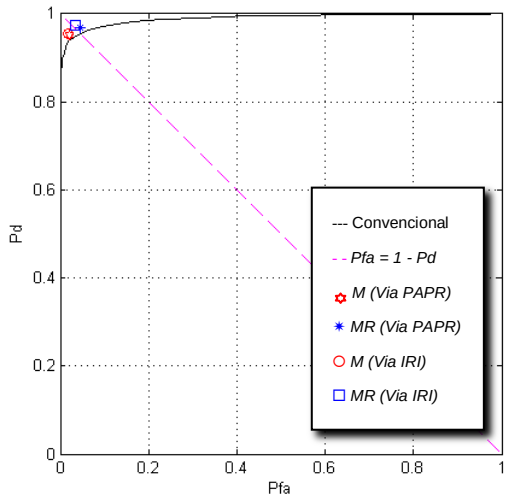


Figura 5.1 – *ROC PAPR × IRI (ED) com SNR= -5 dB e K=1.*

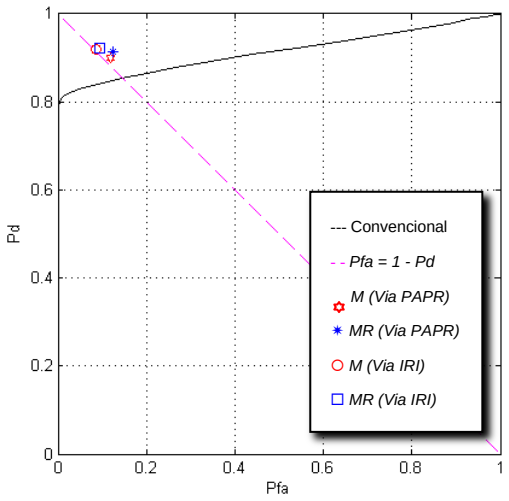


Figura 5.2 – *ROC PAPR × IRI (ED) com SNR= -5 dB e K=5.*

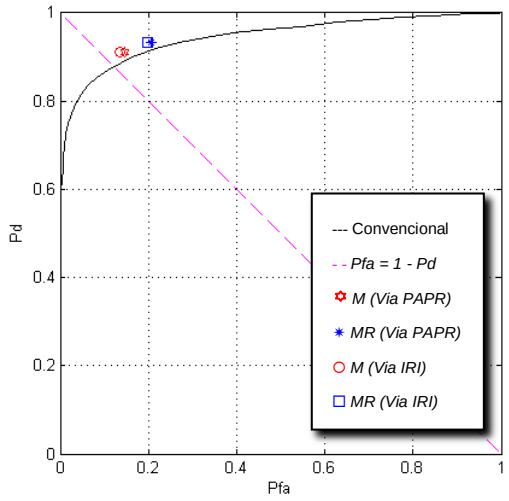


Figura 5.3 - *ROC PAPR × IRI (ED) com SNR= -7 dB e K=1.*

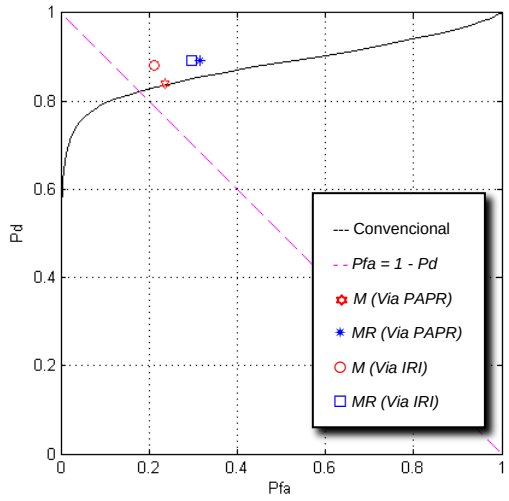


Figura 5.4 - *ROC PAPR × IRI (ED) com SNR= -7 dB e K=5.*

RLRT

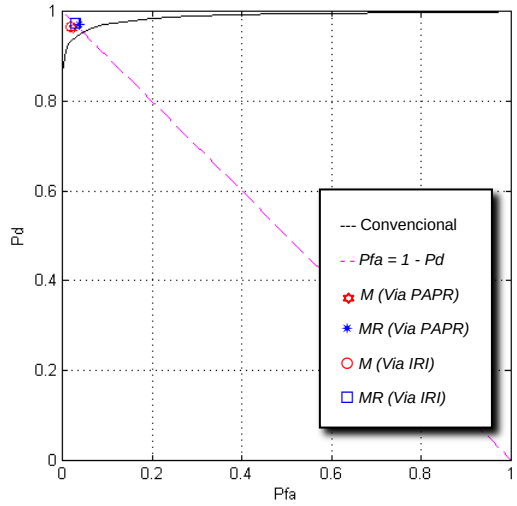


Figura 5.5 - *ROC PAPR × IRI (RLRT) com SNR= -5 dB e K=1.*

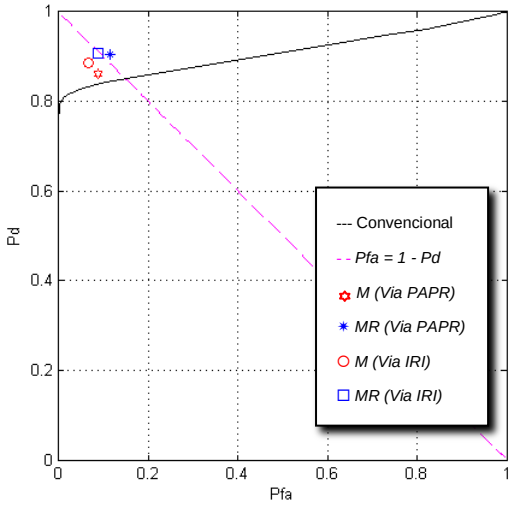


Figura 5.6 - *ROC PAPR × IRI (RLRT) com SNR= -5 dB e K=5.*

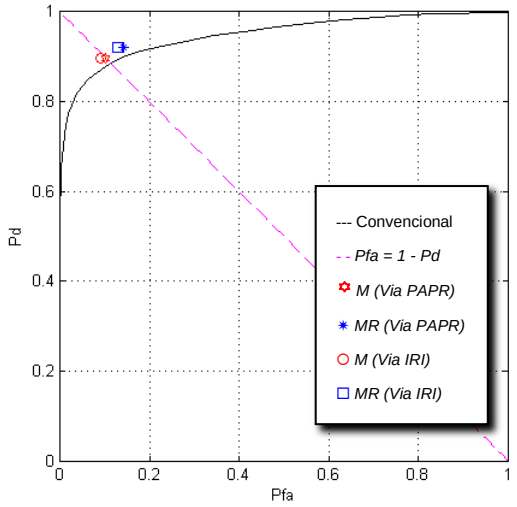


Figura 5.7 - *ROC PAPR × IRI (RLRT) com SNR= -7 dB e K=1.*

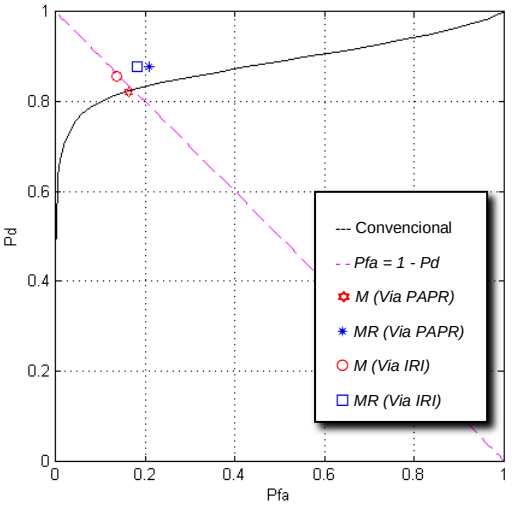


Figura 5.8 - *ROC PAPR × IRI (RLRT) com SNR= -7 dB e K=5.*

ERD

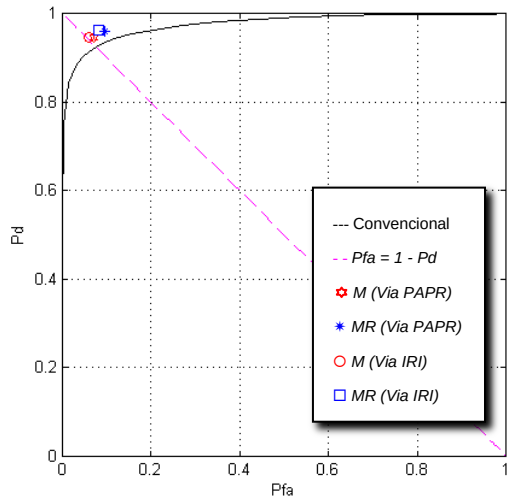


Figura 5.9 - *ROC PAPR × IRI (ERD) com SNR= -5 dB e K=1.*

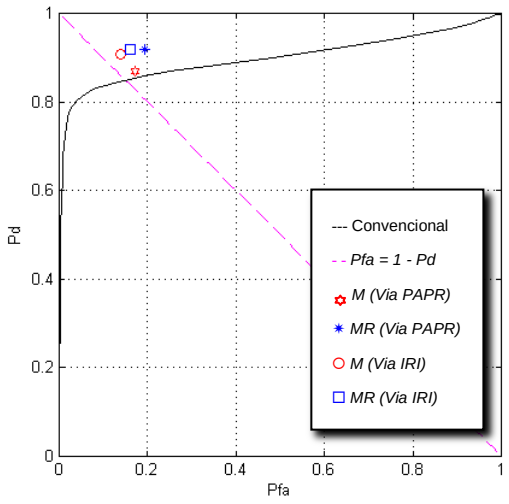


Figura 5.10 - *ROC PAPR × IRI (ERD) com SNR= -5 dB e K=5.*

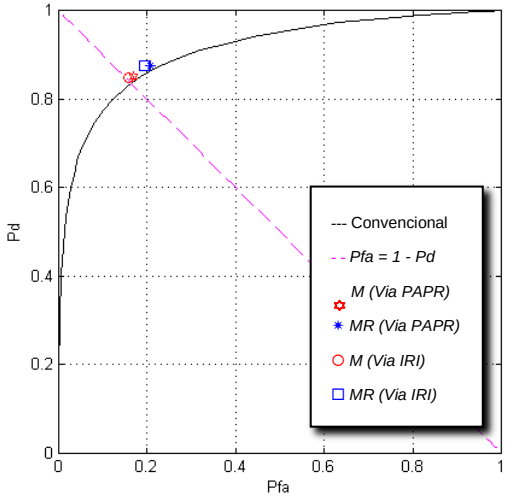


Figura 5.11 - *ROC PAPR × IRI (ERD) com SNR= -7 dB e K=1.*

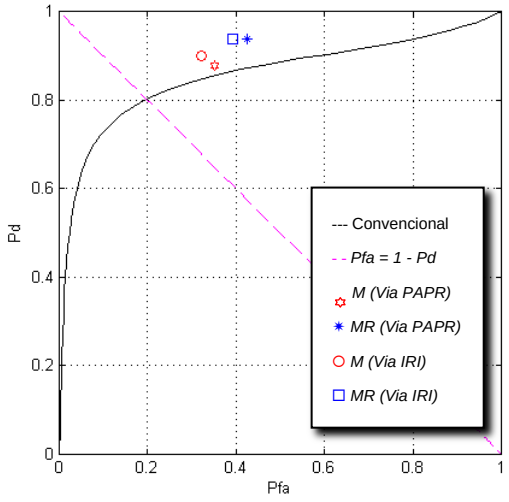


Figura 5.12 - *ROC PAPR × IRI (ERD) com SNR= -7 dB e K=5.*

GLRT

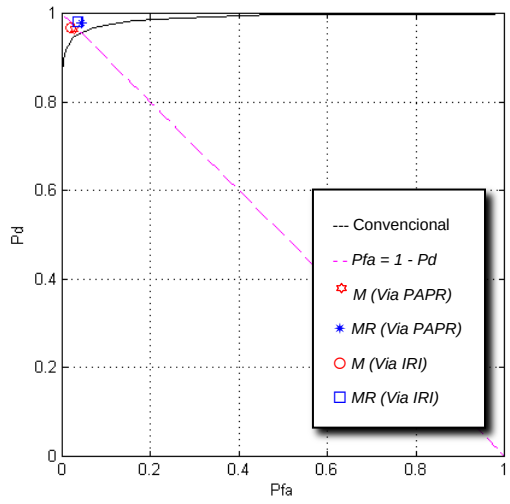


Figura 5.13 - *ROC PAPR × IRI (GLRT) com SNR= -5 dB e K=1.*

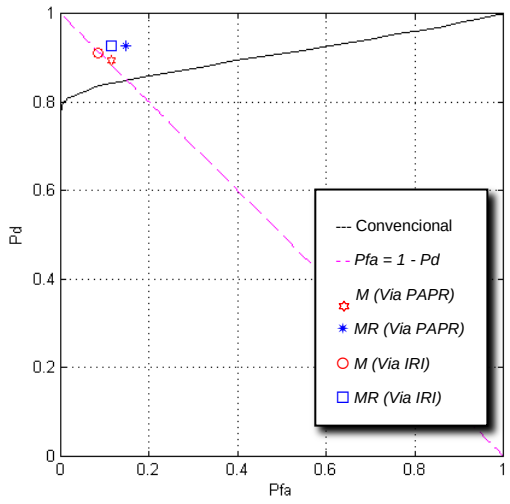


Figura 5.14 - *ROC PAPR × IRI (GLRT) com SNR= -5 dB e K=5.*

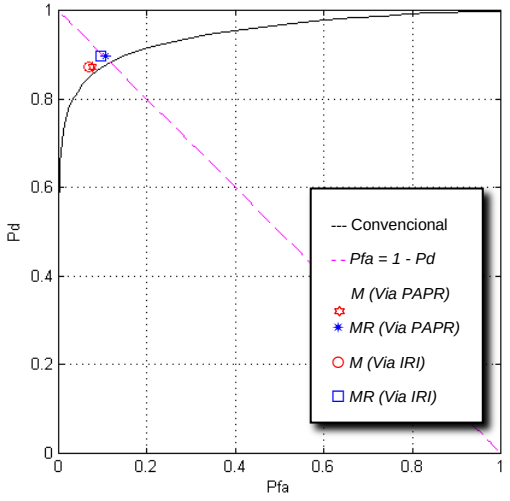


Figura 5.15 - *ROC PAPR × IRI (GLRT) com SNR= -7 dB e K=1.*

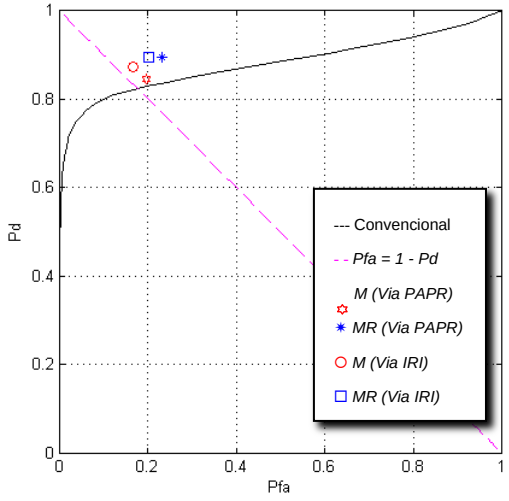


Figura 5.16 - *ROC PAPR × IRI (GLRT) com SNR= -7 dB e K=5.*

5.3. DETECTOR ROBUSTO VERSUS DETECTOR NÃO ROBUSTO

Nesta seção é analisado o desempenho do detector *minimax versus* o detector *minimax* robusto. Como já comentado, a principio a vantagem do *minimax* robusto é não necessitar de informações prévias sobre a distribuição da estatística de teste, mas apenas de alguns momentos desta estatística. Logo, o objetivo da presente análise foi verificar se o desempenho do detector *minimax* robusto é superior ao detector *minimax* para as quatro técnicas de sensoriamento analisadas.

Nas Figuras 5.17 a 5.32 têm-se pontos de operação dos detectores *minimax* e *minimax* robusto utilizando o mecanismo de detecção de RI via I_{RI}, a curva Convencional e a linha tracejada ($P_{fa} = 1 - P_d$) que traz outra oportunidade de análise: saber o quão próximo foi o desempenho dos detectores analisados de um detector *minimax* ideal.

Analisando os resultados observa-se que o desempenho do detector *minimax* robusto foi aproximadamente igual ao desempenho do detector *minimax*, com ligeira desvantagem do *minimax* robusto em alguns casos. Isto sugere que o conhecimento das distribuições da estatística de teste sob as duas hipóteses no caso do *minimax*, produz efeito similar ao conhecimento apenas da sua média e de seu segundo momento sob as duas hipóteses no caso do *minimax* robusto. Mas ressalta-se a vantagem do *minimax* robusto de não necessitar de informações prévias sobre a distribuição da estatística de teste.

ED

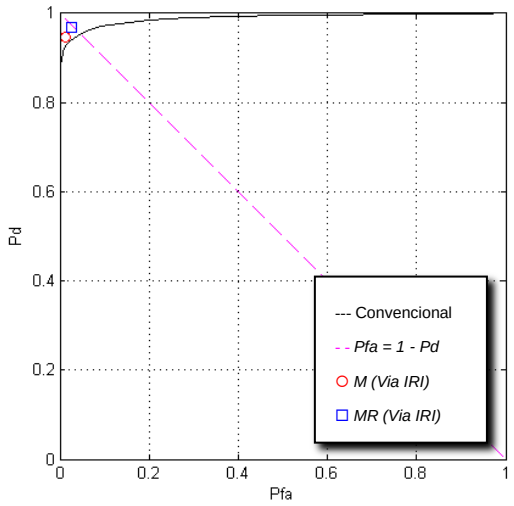


Figura 5.17 - *ROC Robusto × Não Robusto (ED) com SNR= -5 dB e K=1.*

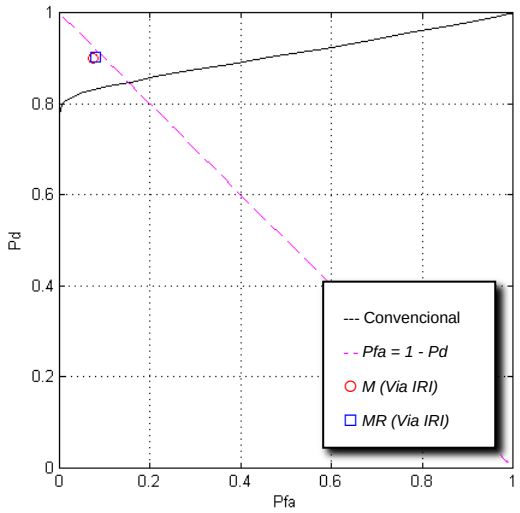


Figura 5.18 - *ROC Robusto × Não Robusto (ED) com SNR= -5 dB e K=5.*

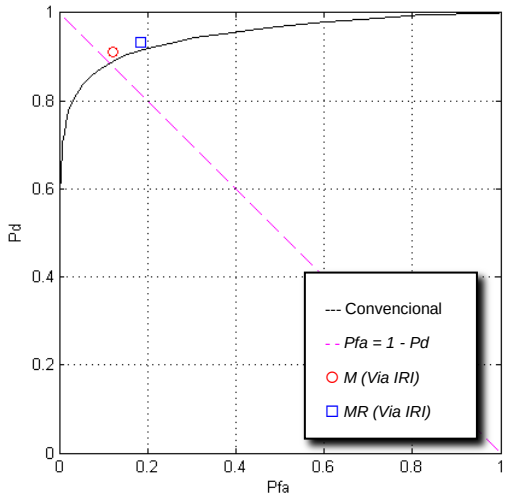


Figura 5.19 - *ROC Robusto × Não Robusto (ED) com SNR= -7 dB e K=1.*

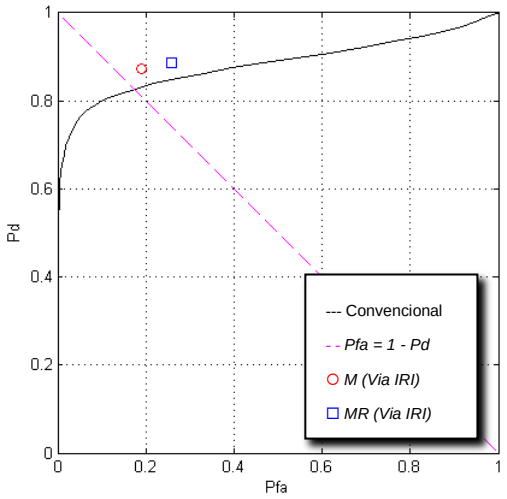


Figura 5.20 - *ROC Robusto × Não Robusto (ED) com SNR= -7 dB e K=5.*

RLRT

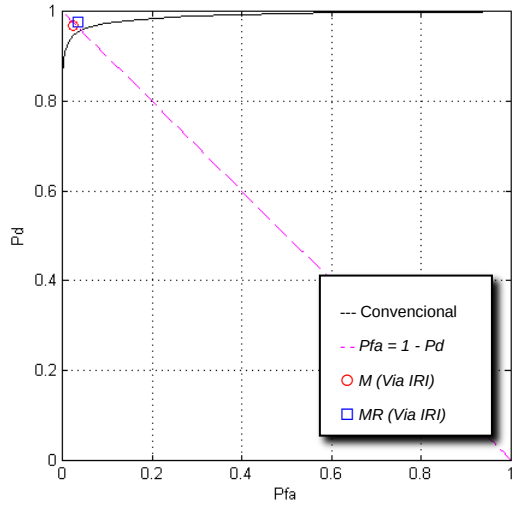


Figura 5.21 - *ROC Robusto × Não Robusto (RLRT) com SNR= -5 dB e K=1.*

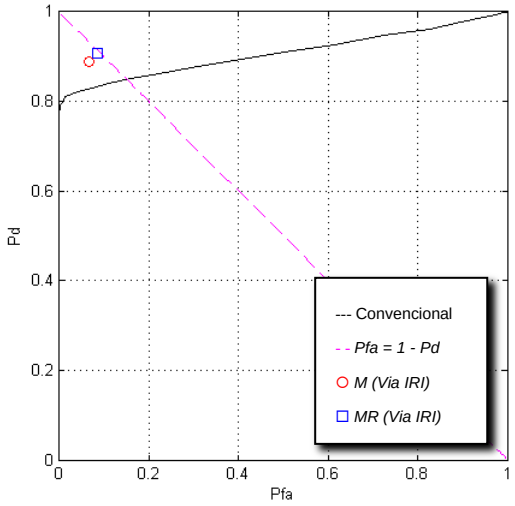


Figura 5.22 - *ROC Robusto × Não Robusto (RLRT) com SNR= -5 dB e K=5.*

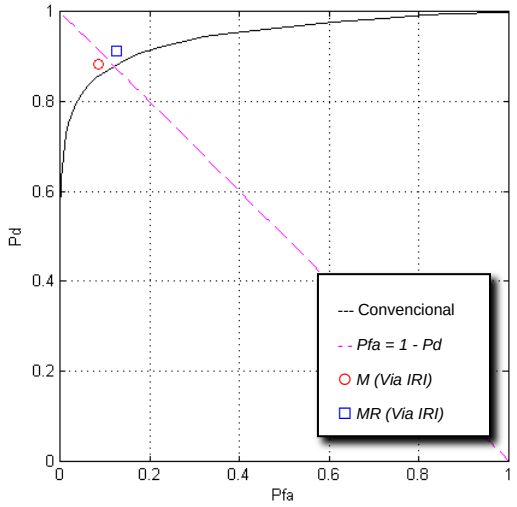


Figura 5.23 - *ROC Robusto × Não Robusto (RLRT) com SNR= -7 dB e K=1.*

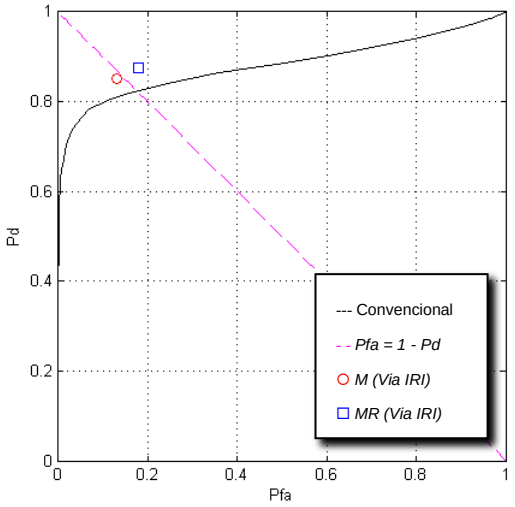


Figura 5.24 - *ROC Robusto × Não Robusto (RLRT) com SNR= -7 dB e K=5.*

ERD

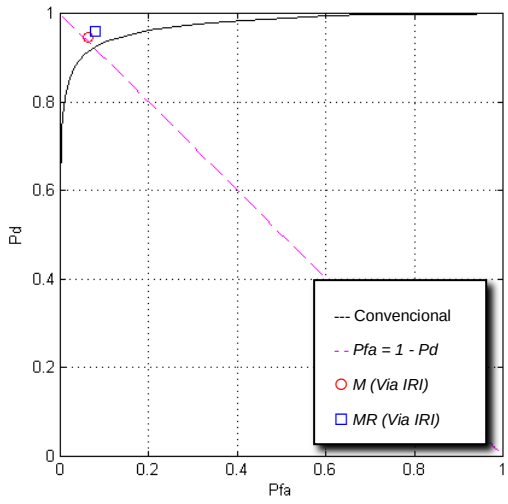


Figura 5.25 - *ROC Robusto × Não Robusto (ERD) com SNR= -5 dB e K=1.*

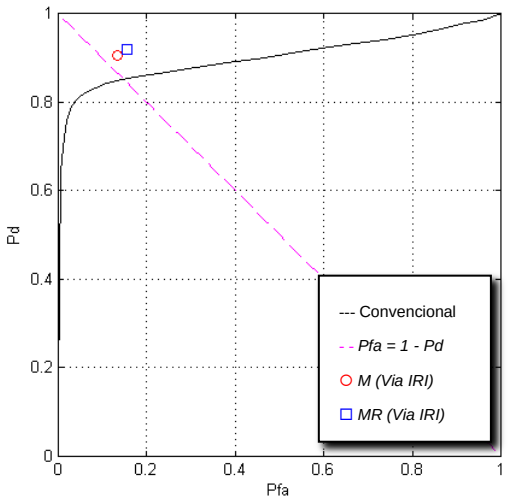


Figura 5.26 - *ROC Robusto × Não Robusto (ERD) com SNR= -5 dB e K=5.*

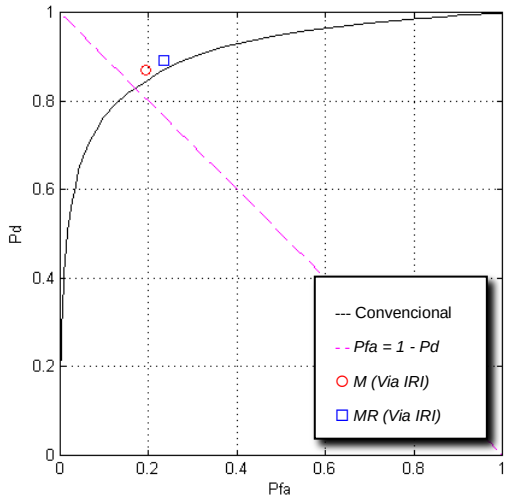


Figura 5.27 - *ROC Robusto × Não Robusto (ERD) com SNR= -7 dB e K=1.*

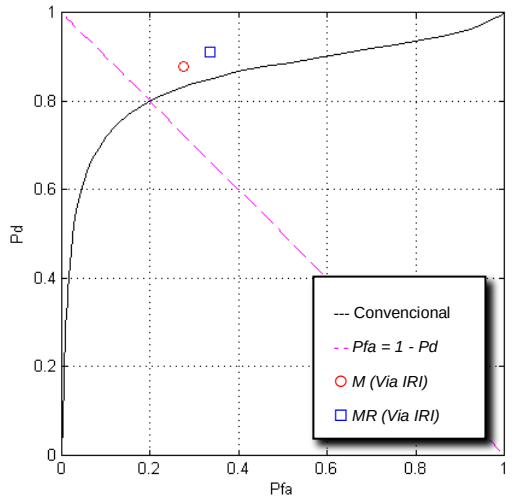


Figura 5.28 - *ROC Robusto × Não Robusto (ERD) com SNR= -7 dB e K=5.*

GLRT

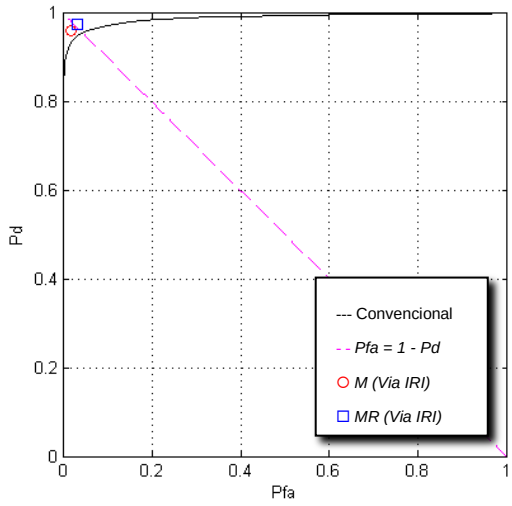


Figura 5.29 - *ROC Robusto × Não Robusto (GLRT) com SNR= -5 dB e K=1.*

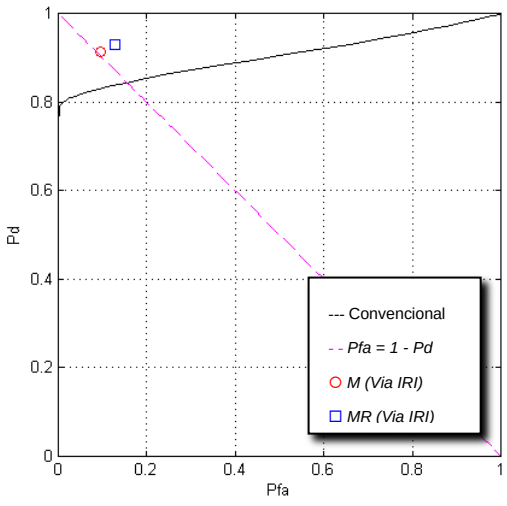


Figura 5.30 - *ROC Robusto × Não Robusto (GLRT) com SNR= -5 dB e K=5.*

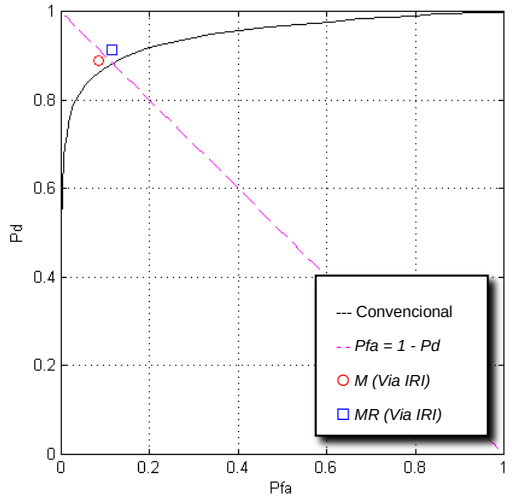


Figura 5.31 - *ROC Robusto × Não Robusto (GLRT) com SNR= -7 dB e K=1.*

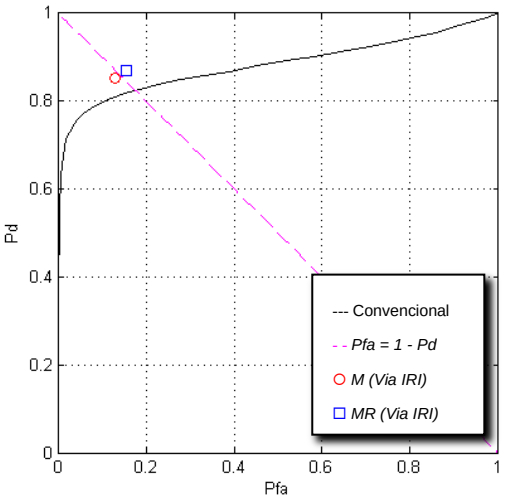


Figura 5.32 - *ROC Robusto × Não Robusto (GLRT) com SNR= -7 dB e K=5.*

5.4. DETECTOR ADAPTATIVO VERSUS DETECTOR NÃO ADAPTATIVO

Finalmente, nesta seção analisa-se o desempenho dos detectores *minimax* e *minimax* robusto em relação à sua capacidade de adaptação ao ambiente com RI. Dois cenários de simulação são apresentados: no primeiro é analisado o desempenho quando se utilizam detectores não adaptativos com matrizes **T** projetadas sem ruído impulsivo ($\mathbf{T}_{msr}$ e **T**rsr) *versus* detectores adaptativos. No segundo, os detectores não adaptativos utilizam matrizes **T** projetadas com ruído impulsivo ($\mathbf{T}_{mri}$ e $\mathbf{T}_{rri}$) *versus* detectores adaptativos. O objetivo de analisar esses dois cenários de simulação foi mostrar que os detectores adaptativos apresentam desempenho superior aos detectores não adaptativos, sendo uma opção de aplicação em ambientes em que é necessário detectar o sinal primário com SNR e RI variáveis.

Em ambos os cenários de simulação os gráficos apresentados nas Figuras 5.33 a 5.64 contêm informações dos pontos de operação dos detectores *minimax* e *minimax* robusto, adaptativos e não adaptativos, sendo que os desempenhos dos detectores adaptativos são apresentados nos dois modos de detecção de presença de RI: via *PAPR* e via I_{RI}.

Matriz do Detector Não Adaptativo sem Ruído

Nesta simulação as matrizes utilizadas para os detectores *minimax* e *minimax* robusto, não adaptativos, foram projetadas sem ruído ($\mathbf{T}_{msr}$ e **T**rsr). Para que a análise seja coerente, tais matrizes são as mesmas matrizes que compõem os detectores *minimax* e *minimax* robusto adaptativos. Foram adotados os mesmos cenários das

outras simulações: SNR = -5 dB e – 7 dB, intensidade do RI baixa (K = 1) e moderada (K = 5).

Analisando o desempenho dos detectores em relação à SNR, podemos verificar que os detectores adaptativos apresentam desempenho superior aos detectores não adaptativos para quaisquer valores de SNR, e em todas as técnicas de sensoriamento analisadas. Observa-se ainda que, no caso de SNR = – 5 dB, os valores de P_d são elevados (≥ 0,9) para os detectores adaptativos. Como esperado, quanto maior for a SNR do ambiente de teste, melhor será a detecção do sinal primário. Analisando a influência do RI, nota-se que ambos os pontos de operação dos detectores sofrem uma degradação nos valores de P_{fa} e P_d quando submetidos ao RI moderado. Os detectores adaptativos apresentaram, novamente, desempenho superior aos detectores não adaptativos, independente da intensidade do ruído impulsivo aplicado no ambiente de simulação. Os detectores adaptativos mostram-se mais robustos, ou seja, se ajustam à variação do RI sem perda significativa de desempenho ($P_d \cong 0{,}9$). Os gráficos mostram que os pontos de operação dos detectores não adaptativos apresentam desempenho igual à curva ROC *Convencional* (baseada na variação do limiar de decisão). Em um cenário de RI moderado, tanto a curva ROC como os pontos de operação sofrem degradação em seus desempenhos.

Em relação ao desempenho dos detectores de acordo com a escolha da técnica de sensoriamento pode-se notar que o desempenho dos detectores adaptativos para a técnica GLRT foi ligeiramente superior aos das técnicas ED e RLRT (ou MED). O desempenho dos detectores aplicados às técnicas ED e RLRT, se mostram em concordância com a substituição na forma de cálculo da estatística de teste para estas técnicas (usando estimativa da variância do ruído). Dessa forma técnicas ficam

menos susceptíveis à incerteza sobre a variância do ruído na presença de RI e mostram um desempenho muito próximo ao da técnica GLRT.

A técnica ERD (ou MMED) apresentou o pior desempenho dos detectores adaptativos entre as técnicas estudadas. Mas, para alguns dos cenários apresentados (inclusive com RI moderado), o desempenho dos detectores adaptativos para esta técnica foi satisfatório, atingindo valores de P_d muito próximos e às vezes acima de 0,9.

Conclui-se então que a utilização dos detectores adaptativos na presença de RI mostra ser praticamente viável, produzindo desempenho superior aos detectores não adaptativos projetados com matrizes **T** sem ruído e superior ao desempenho apresentado na curva ROC convencional, aquele obtido com a comparação direta da estatística de teste com o limiar de decisão..

ED

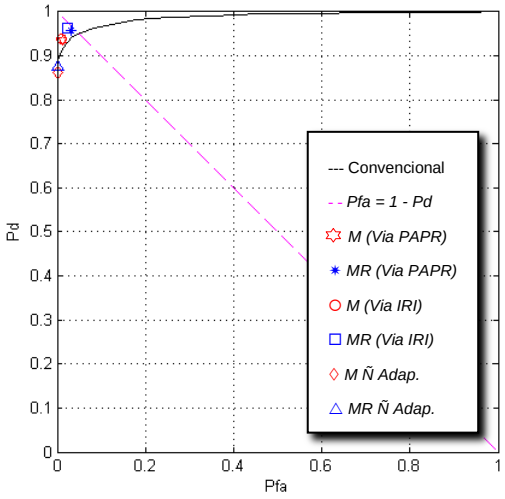


Figura 5.33 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (ED) com SNR= -5 dB e K=1.*

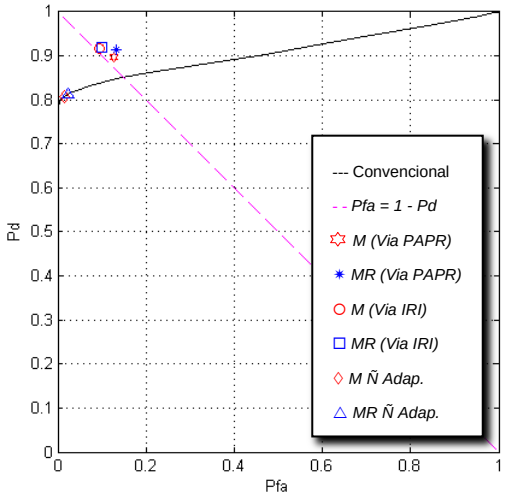


Figura 5.34 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (ED) com SNR= -5 dB e K=5.*

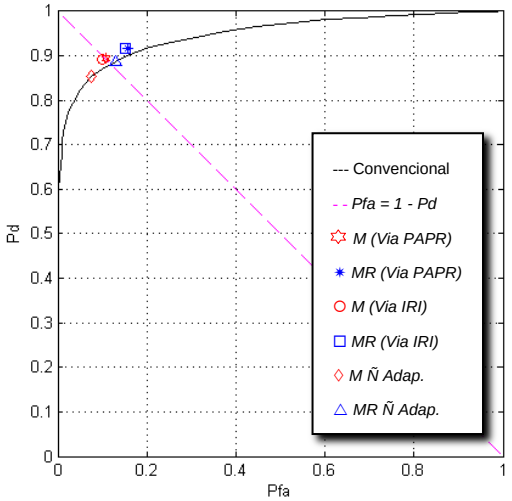


Figura 5.35 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (ED) com SNR= -7 dB e K=1.*

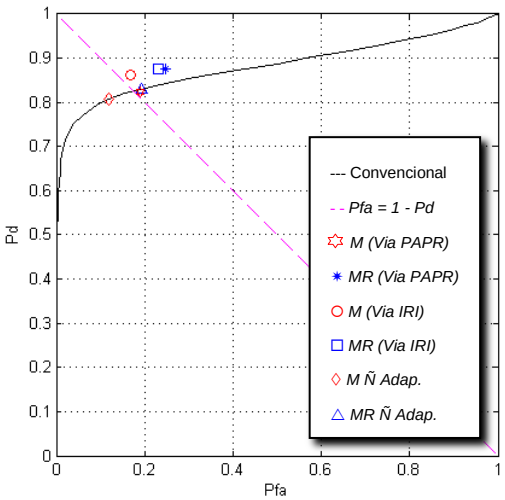


Figura 5.36 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (ED) com SNR= -7 dB e K=5.*

RLRT

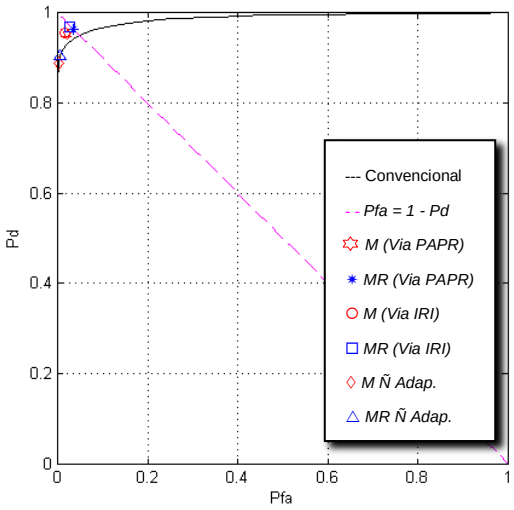


Figura 5.37 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (RLRT) com SNR= -5 dB e K=1.*

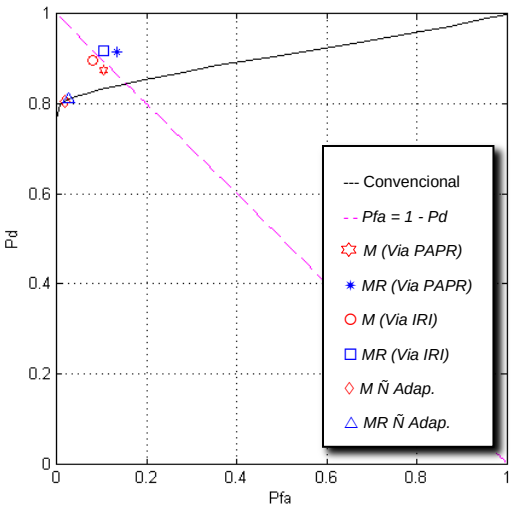


Figura 5.38 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (RLRT) com SNR= -5 dB e K=5.*

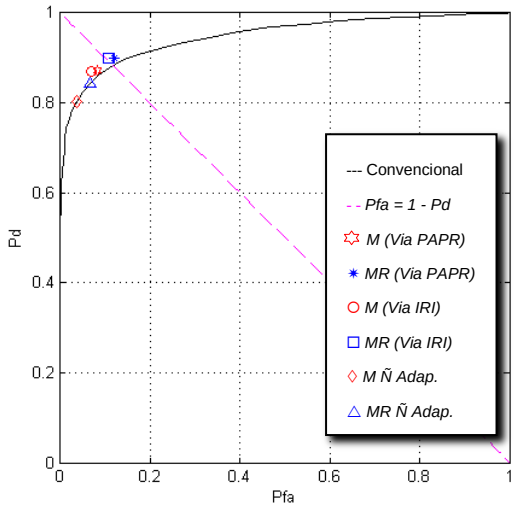


Figura 5.39 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (RLRT) com SNR= -7 dB e K=1.*

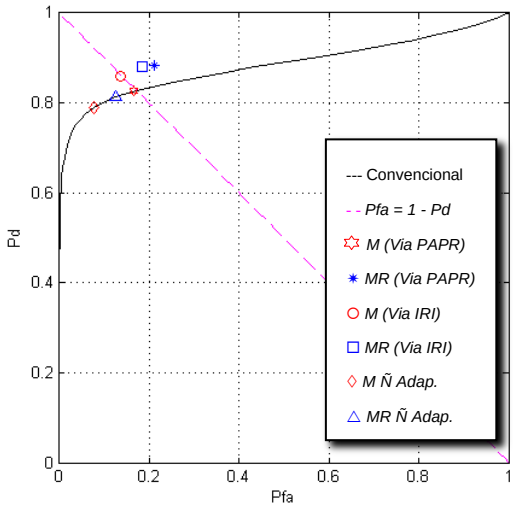


Figura 5.40 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (RLRT) com SNR= -7 dB e K=5.*

ERD

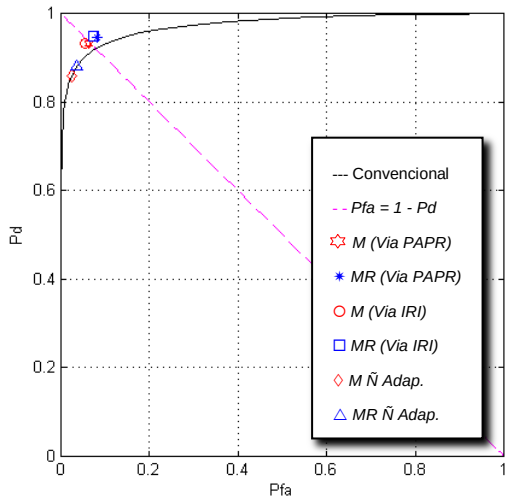


Figura 5.41 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (ERD) com SNR= -5 dB e K=1.*

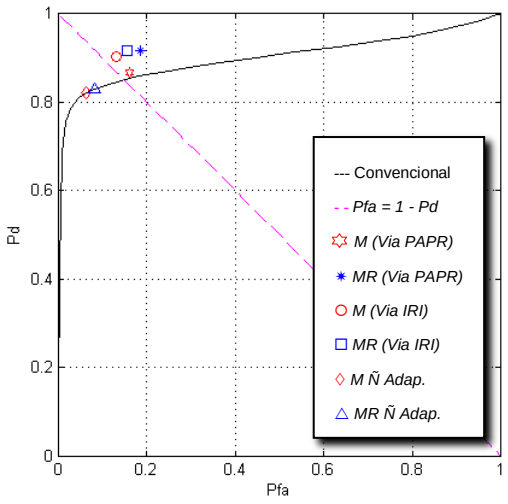


Figura 5.42 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (ERD) com SNR= -5 dB e K=5.*

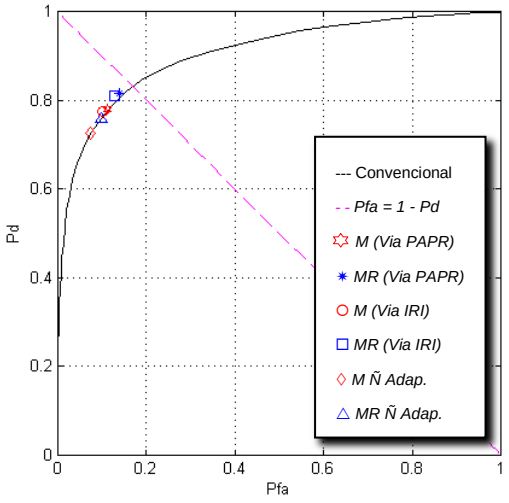


Figura 5.43 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (ERD) com SNR= -7 dB e K=1.*

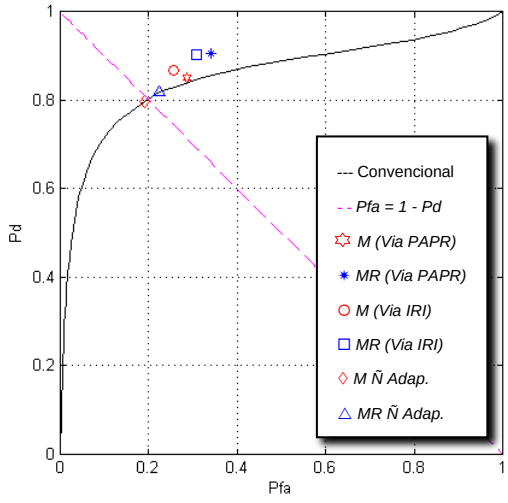


Figura 5.44 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (ERD) com SNR= -7 dB e K=5.*

GLRT

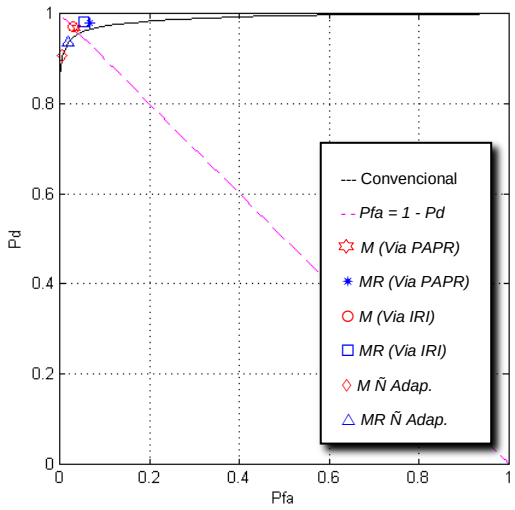


Figura 5.45 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (GLRT) com SNR= -5 dB e K=1.*

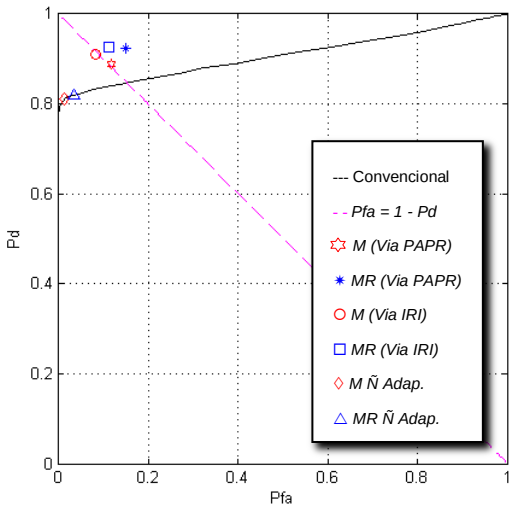


Figura 5.46 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (GLRT) com SNR= -5 dB e K=5.*

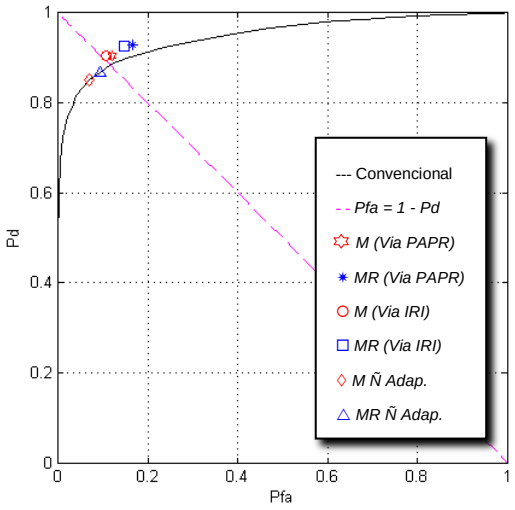


Figura 5.47 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (GLRT) com SNR= -7dB e K=1.*

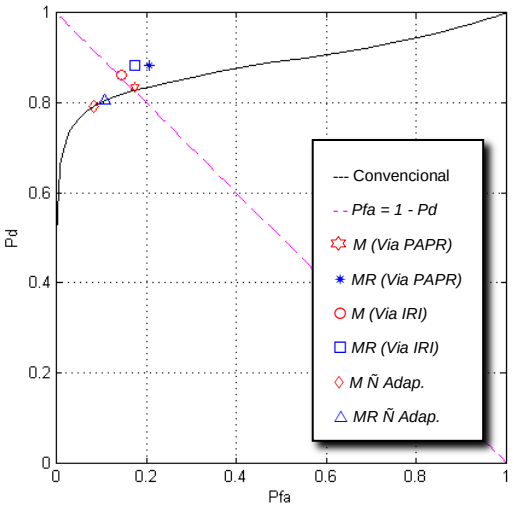


Figura 5.48 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Sem RI (GLRT) com SNR= -7 dB e K=5.*

Matriz do Detector Não Adaptativo com Ruído

Neste sub-seção são analisados os resultados obtidos quando são comparados os detectores adaptativos em relação aos detectores não adaptativos projetados com matrizes **T** com RI ($\mathbf{T}_{\text{mri}}$ e $\mathbf{T}_{\text{rri}}$). As mesmas tratativas utilizadas no item anterior foram utilizadas para gerar os cenários de simulação.

Os resultados alcançados na maioria dos cenários são praticamente os mesmos da seção anterior. A única alteração se refere ao desempenho dos detectores não adaptativos, os quais apresentam desempenho aceitável ($P_d \cong 0{,}9$) em ambiente de RI fraco ($K = 1$), mas ao mesmo tempo, por não ser adaptáveis a este problema, sofrem uma degradação no valor de P_{fa}. Em comparação, quando submetido a um ruído impulsivo moderado no ambiente de simulação, esta degradação é drástica e os detectores não adaptativos têm um desempenho ruim. Apesar do ponto de operação do detector *minimax* não adaptativo ter um alto valor de P_d, o seu valor de P_{fa} também é alto.

Assim, mesmo com a utilização de um detector não adaptativo projetado com uma Matriz **T** com ruído impulsivo, o desempenho dos detectores adaptativos mantém-se superior aos não adaptativos. Portanto, nota-se que os detectores adaptativos são realmente uma alternativa válida para aplicação em ambientes de diversidade de SNR e RI (exceto nas restrições comentadas no inicio deste capítulo), se adaptando e mostrando bons desempenhos nos mais variados cenários de simulação.

ED

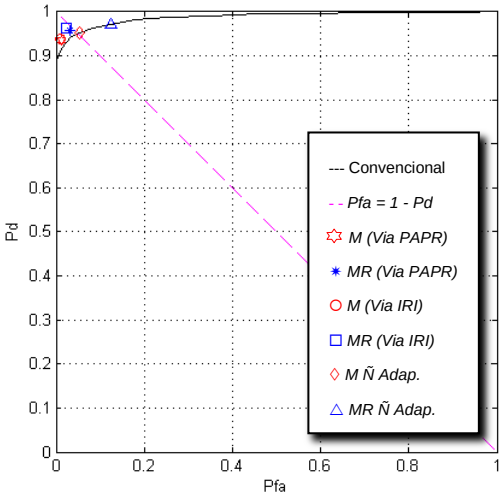


Figura 5.49 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (ED) com SNR= -5 dB e K=1.*

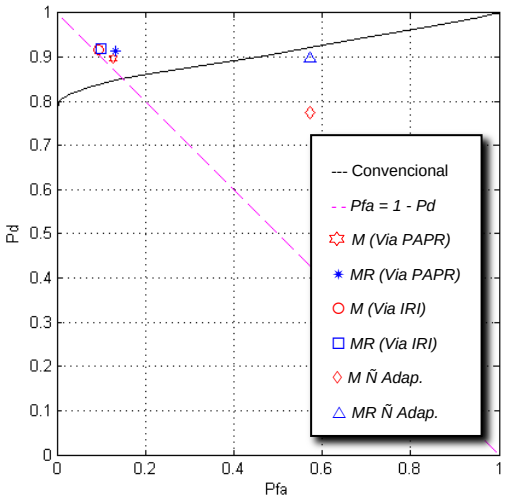


Figura 5.50 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (ED) com SNR= -5 dB e K=5.*

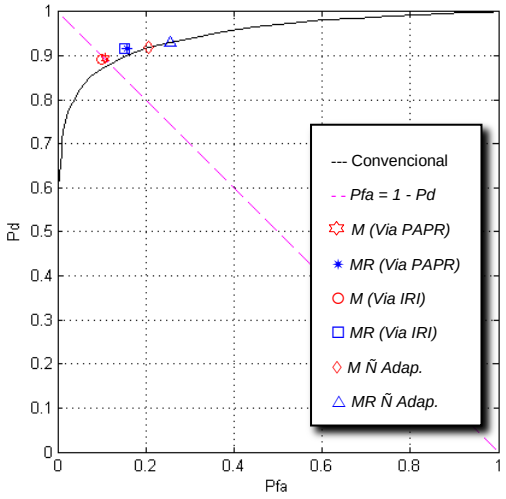


Figura 5.51 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (ED) com SNR= -7 dB e K=1.*

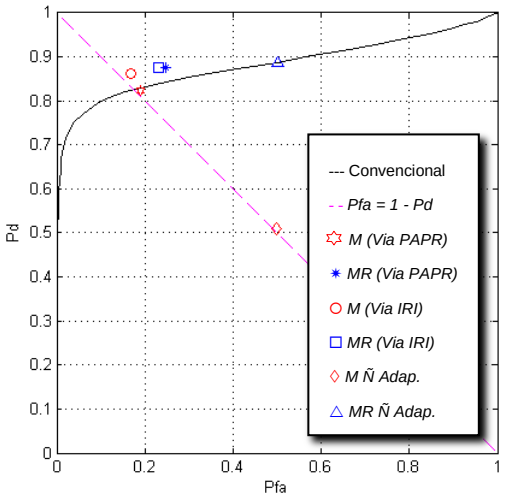


Figura 5.52 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (ED) com SNR= -7 dB e K=5.*

RLRT

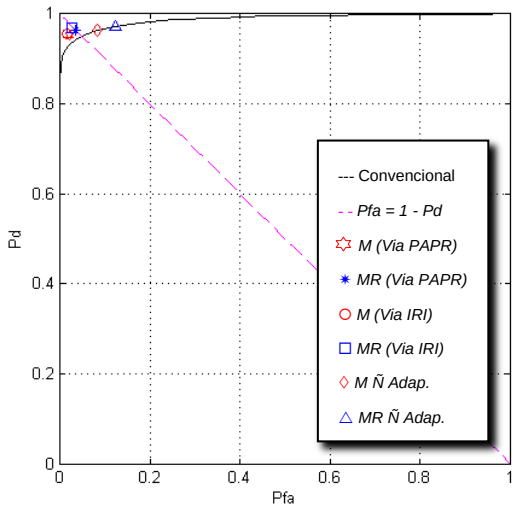


Figura 5.53 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (RLRT) com SNR= -5 dB e K=1.*

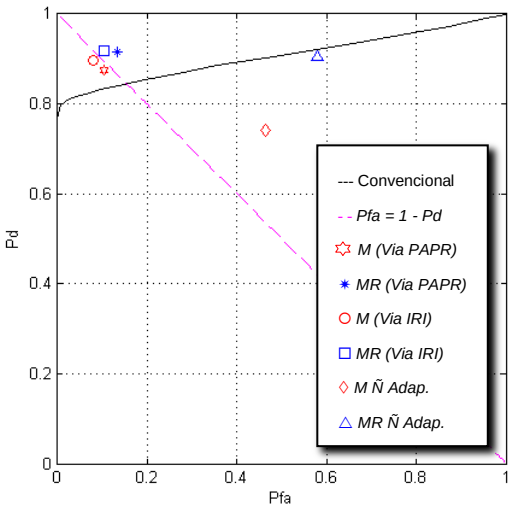


Figura 5.54 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (RLRT) com SNR= -5 dB e K=5.*

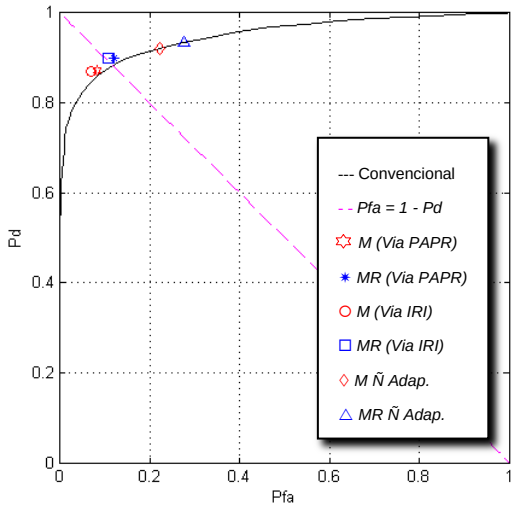


Figura 5.55 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (RLRT) com SNR= -7 dB e K=1.*

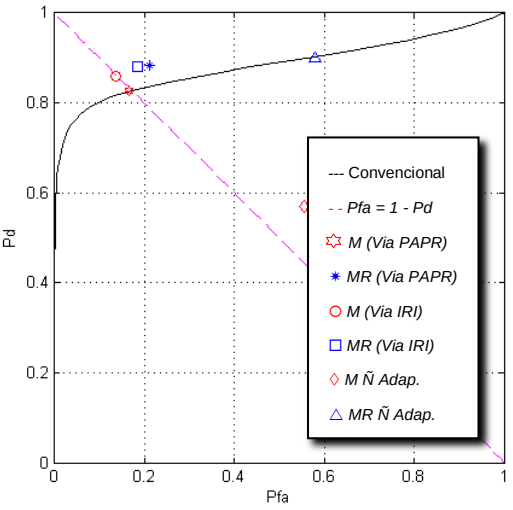


Figura 5.56 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (RLRT) com SNR= -7 dB e K=5.*

ERD

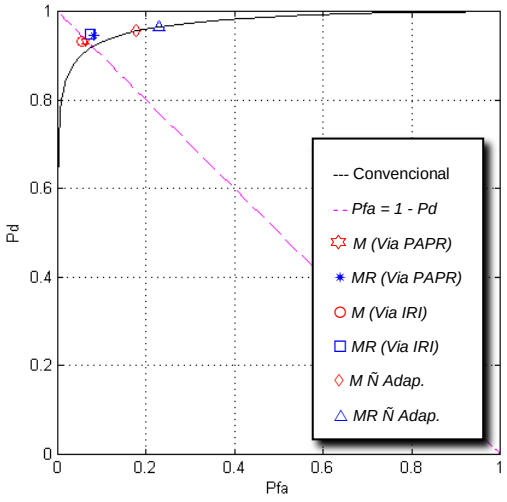


Figura 5.57 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (ERD) com SNR= -5 dB e K=1.*

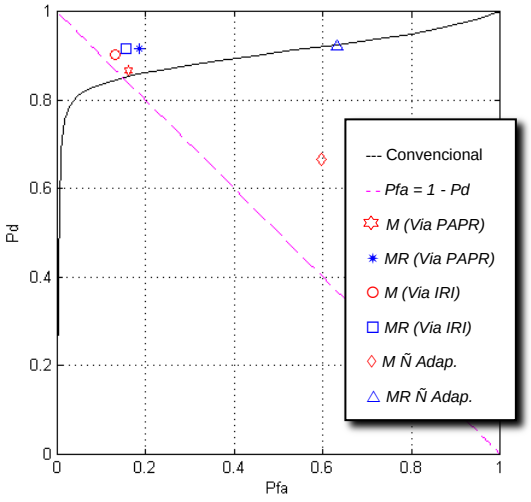


Figura 5.58 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (ERD) com SNR= -5 dB e K=5.*

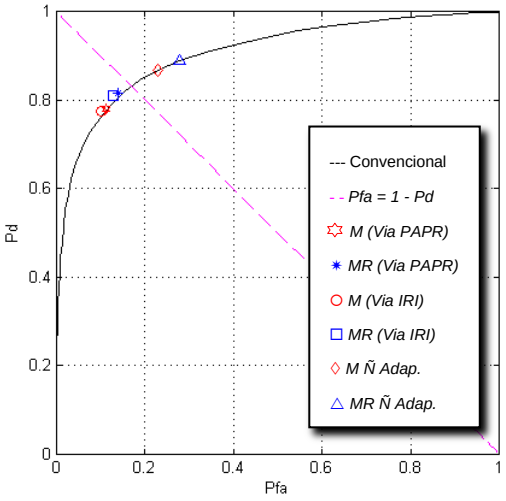


Figura 5.59 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (ERD) com SNR= -7 dB e K=1.*

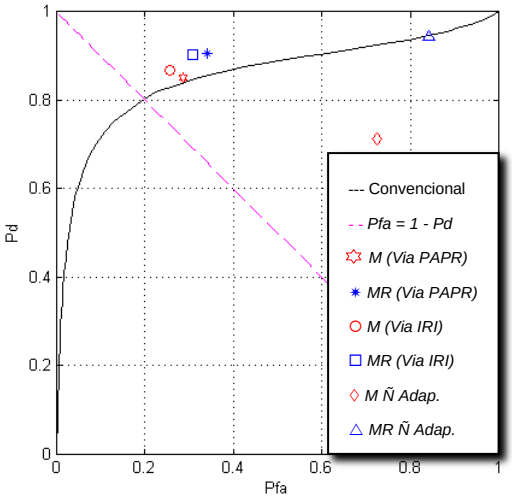


Figura 5.60 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (ERD) com SNR= -7 dB e K=5.*

GLRT

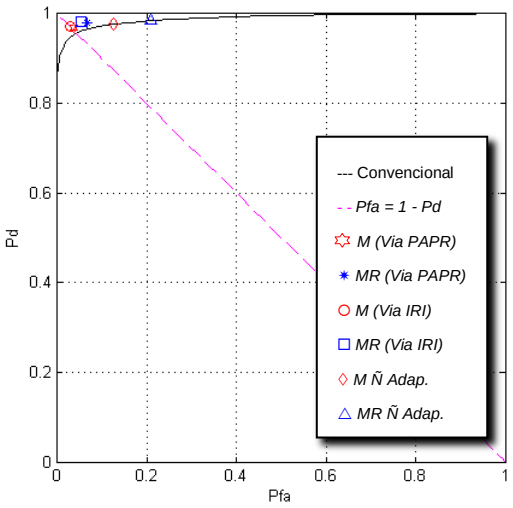


Figura 5.61 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (GLRT) com SNR= -5 dB e K=1.*

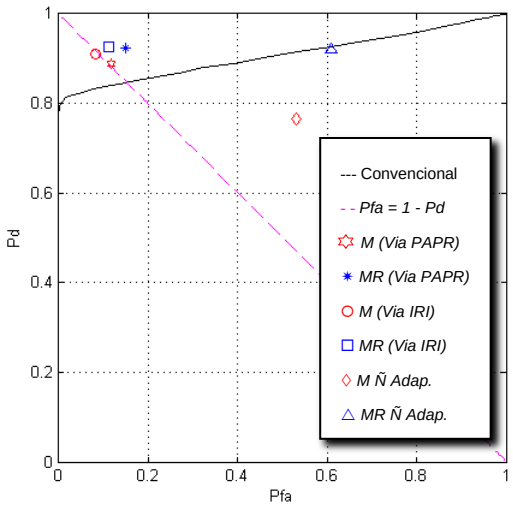


Figura 5.62 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (GLRT) com SNR= -5 dB e K=5.*

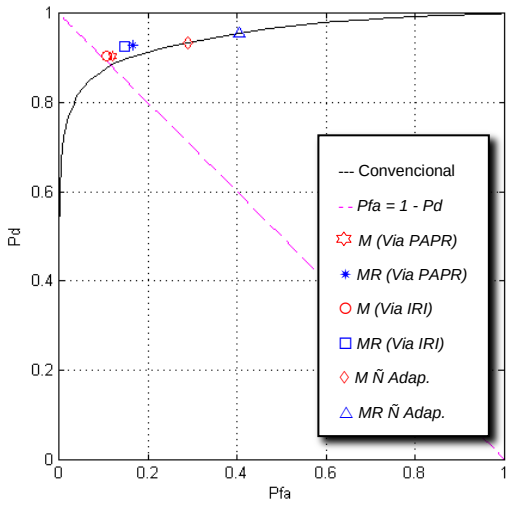


Figura 5.63 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (GLRT) com SNR= -7 dB e K=1.*

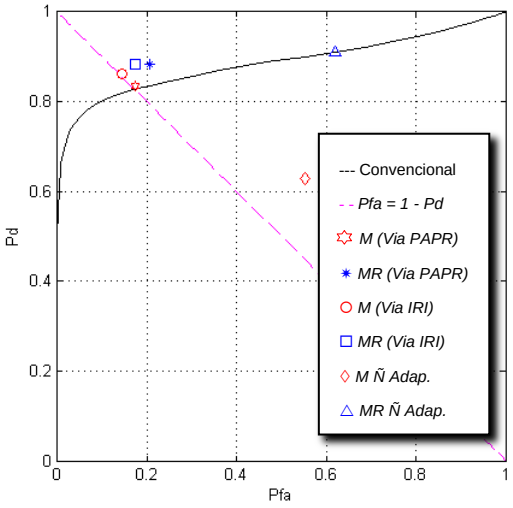


Figura 5.64 - *ROC Adaptativo × Não Adaptativo Com RI (GLRT) com SNR= -7 dB e K=5.*

5.5. DETECTOR ADAPTATIVO VERSUS DETECTOR NÃO ADAPTATIVO, SEM RUÍDO IMPULSIVO

Para concluir as análises sobre os detectores adaptativos, o último cenário de simulação apresenta a comparação entre o desempenho dos detectores adaptativos *versus* não adaptativos em um ambiente sem a presença do ruído impulsivo. As simulações foram efetuadas em dois cenários de SNR, da mesma maneira que as simulações anteriores. Na ausência do RI, há dois cenários, um em que os detectores não adaptativos foram projetados com matrizes **T** sem RI e outro com detectores adaptativos projetados com matrizes **T** com RI.

Considerando que o ambiente de teste está sem a presença do RI, o que se espera é que a adaptabilidade dos detectores adaptativos seja nula, pois a principio as matrizes sem ruído ($\mathbf{T}_{msr}$ e **T**rsr) deverão sempre ser escolhidas e, portanto, o detector adaptativo se transforma em um detector não adaptativo. Este pensamento seria correto se fosse utilizada somente a informação do I_{RI} para informar a detecção do RI nas amostras coletadas. Entretanto, do ponto de vista prático sabe-se que é possível utilizar a informação de *PAPR* (seção 5.2) e, como mostrado, a correspondência entre I_{RI} e a detecção via *PAPR* não é igual a 100%. Logo, pode-se constatar nos gráficos das Figuras 5.65 a 5.80 uma leve perda de desempenho ao se utilizar o *PAPR* nas simulações sem RI.

No caso da comparação dos detectores não adaptativos com matriz **T** sem RI com os detectores adaptativos, considerando o que foi explicado no parágrafo anterior, o resultado esperado é que os desempenhos de ambos os detectores sejam iguais como pode-se notar nos gráficos com valores de P_d acima de 0,95.

Ao serem comparados os desempenhos dos detectores não adaptativos com matriz **T** com RI com os detectores adaptativos, nota-se que os pontos de operação dos detectores adaptativos não se alteram, mas o desempenho dos detectores não adaptativos cai drasticamente, da mesma forma analisadas na seção 5.4.1, mesmo em ambiente sem RI. Logo, mesmo em ambientes sem a presença de RI os detectores adaptativos obtiveram melhor ou no mínimo igual desempenho em relação aos

detectores não adaptativos. Entretanto, o desempenho foi igual aquele obtido de forma convencional.

Não foi objetivo investigar a diferença de desempenho entre as técnicas de sensoriamento neste cenário sem RI.

ED

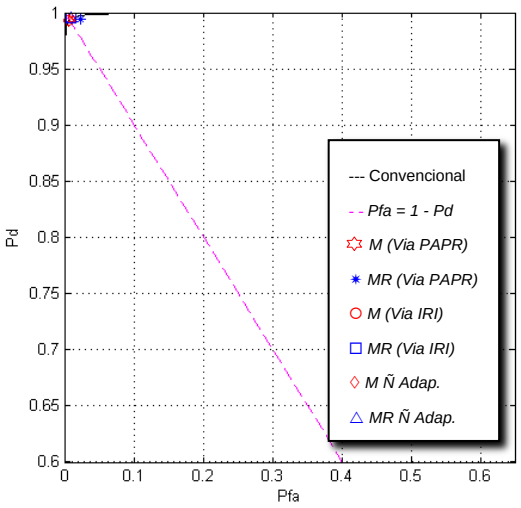


Figura 5.65 – *ROC (ED) para SNR = -5 dB e K=0 e matriz T do detector não adaptativo sem ruído.*

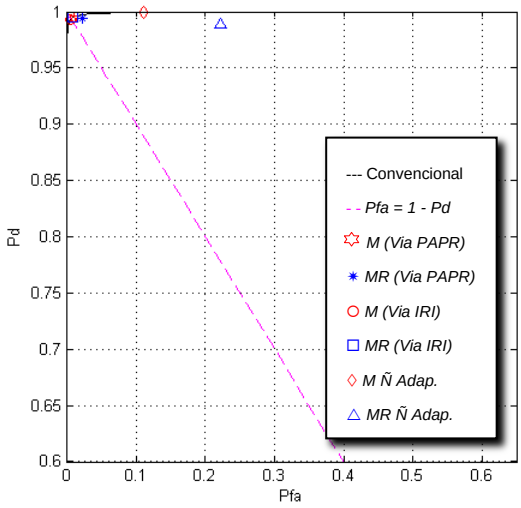


Figura 5.66 - *ROC (ED) para SNR = -5 dB e K=0 e matriz T do detector não adaptativo com ruído.*

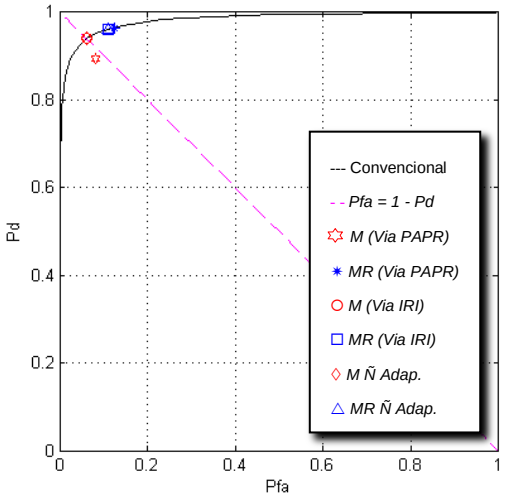


Figura 5.67 - *ROC (ED) para SNR = -7 dB e K=0 e matriz T do detector não adaptativo sem ruído.*

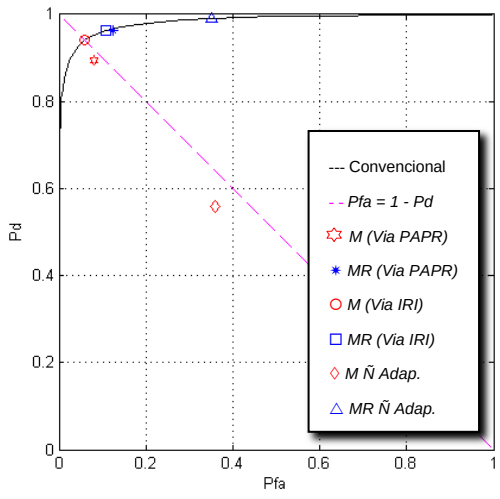


Figura 5.68 - *ROC (ED) para SNR = -7 dB e K=0 e matriz T do detector não adaptativo com ruído.*

RLRT

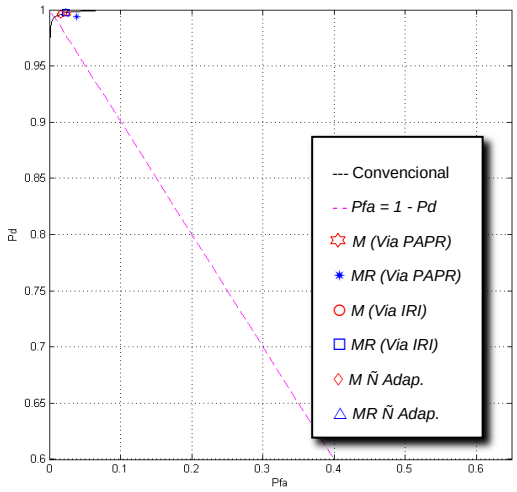


Figura 5.69 - *ROC (RLRT) para SNR = -5 dB e K=0 e matriz T do detector não adaptativo sem ruído.*

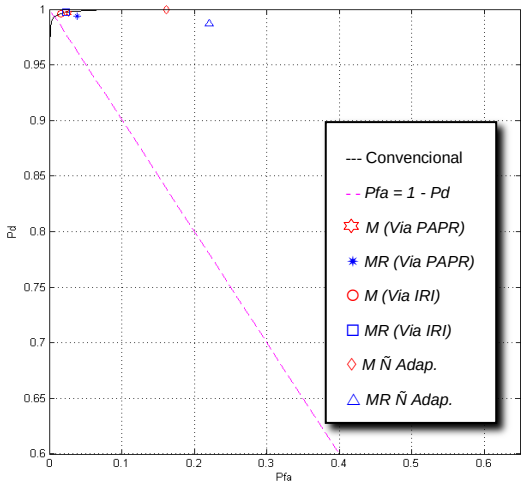


Figura 5.70 - *ROC (RLRT) para SNR = -5 dB e K=0 e matriz T do detector não adaptativo com ruído.*

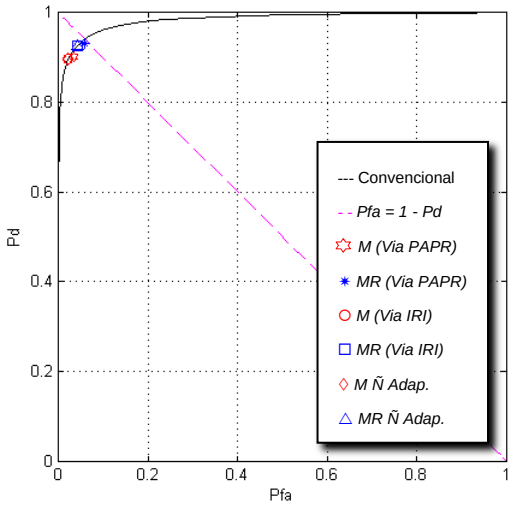


Figura 5.71 - *ROC (RLRT) para SNR = -7 dB e K=0 e matriz T do detector não adaptativo sem ruído.*

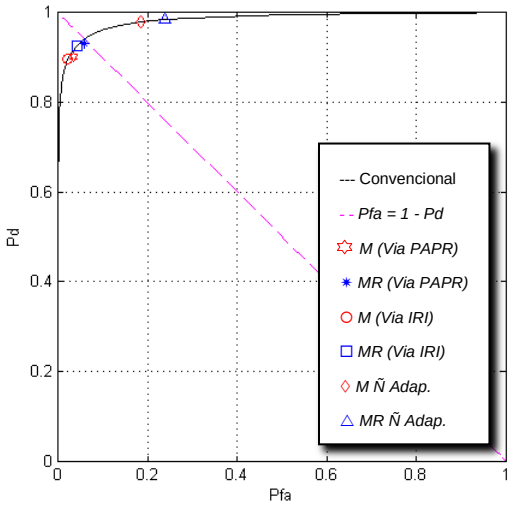


Figura 5.72 - *ROC (RLRT) para SNR = -7 dB e K=0 e matriz T do detector não adaptativo com ruído.*

ERD

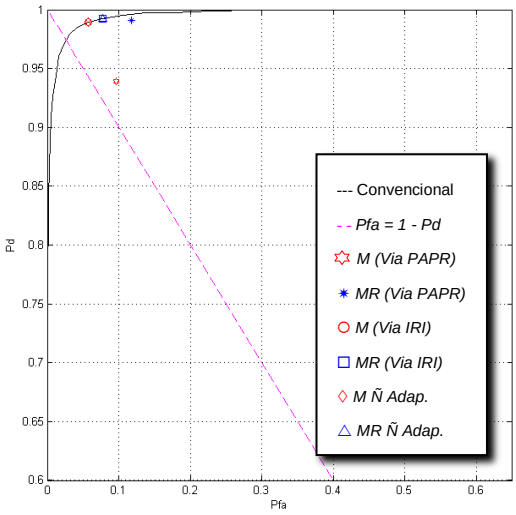


Figura 5.73 - *ROC (ERD) para SNR = -5 dB e K=0 e matriz T do detector não adaptativo sem ruído.*

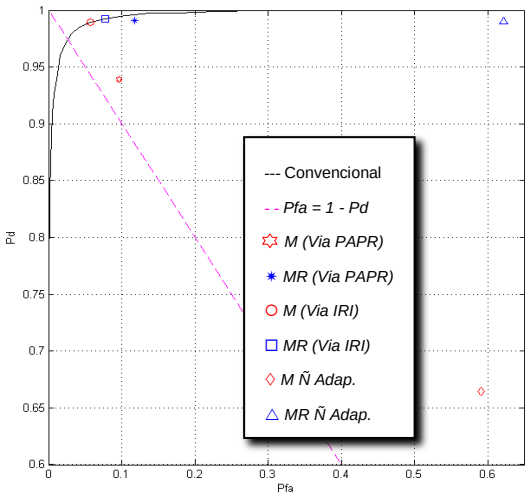


Figura 5.74 - *ROC (ERD) para SNR = -5 dB e K=0 e matriz T do detector não adaptativo com ruído.*

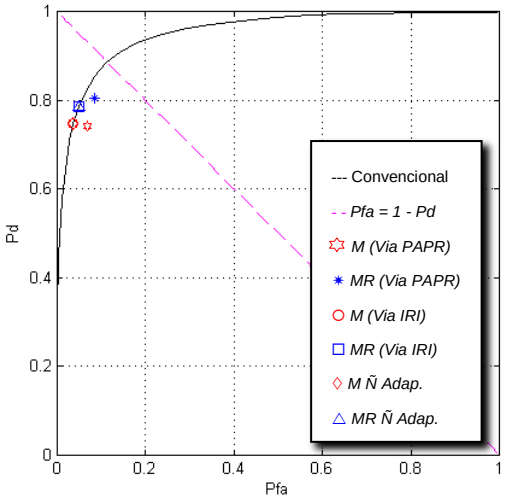


Figura 5.75 - *ROC (ERD) para SNR = -7 dB e K=0 e matriz T do detector não adaptativo sem ruído.*

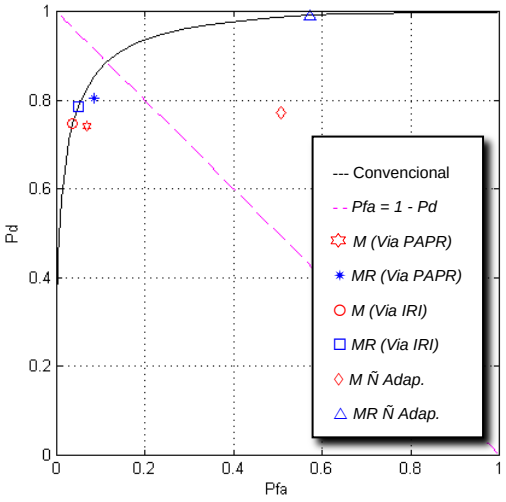


Figura 5.76 - *ROC (ERD) para SNR = -7 dB e K=0 e matriz T do detector não adaptativo com ruído.*

GLRT

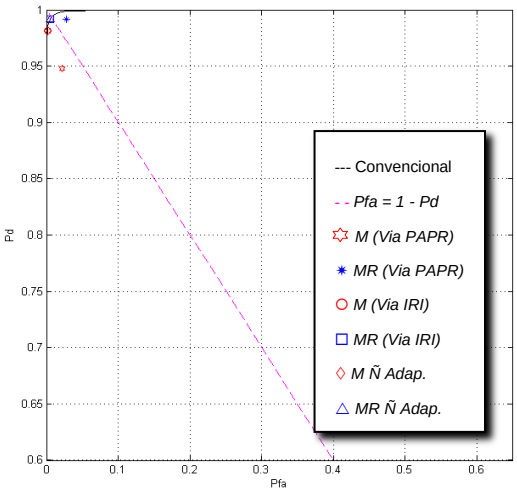


Figura 5.77 - *ROC (GLRT) para SNR = -5 dB e K=0 e matriz T do detector não adaptativo sem ruído.*

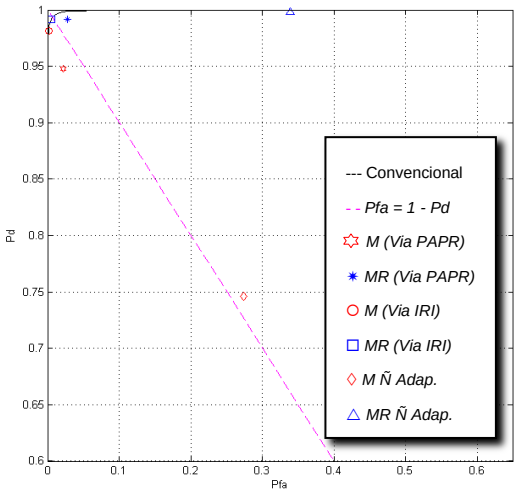


Figura 5.78 - *ROC (GLRT) para SNR = -5 dB e K=0 e matriz T do detector não adaptativo com ruído.*

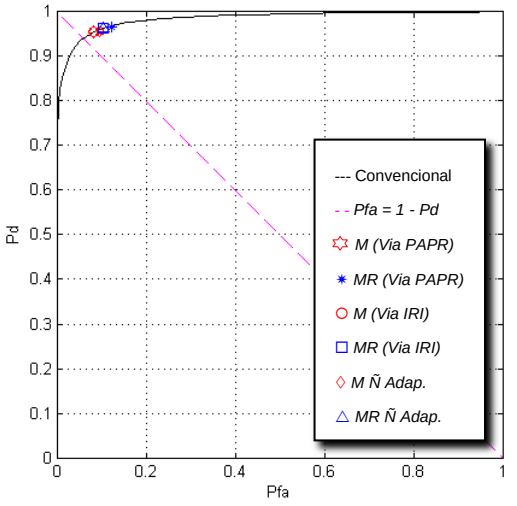


Figura 5.79 - *ROC (GLRT) para SNR = -7 dB e K=0 e matriz T do detector não adaptativo sem ruído.*

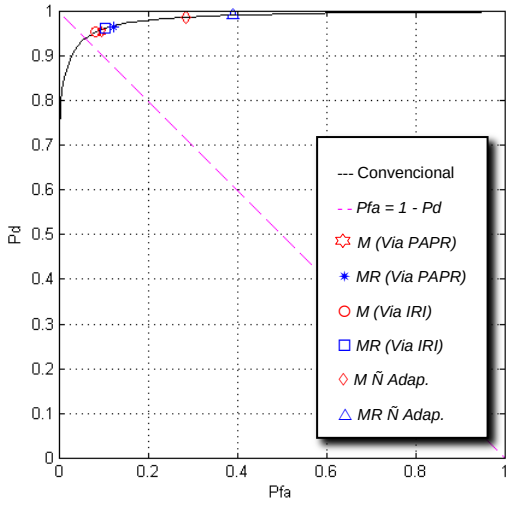


Figura 5.80 - *ROC (GLRT) para SNR = -7 dB e K=0 e matriz T do detector não adaptativo com ruído.*

6. CONCLUSÕES E OPORTUNIDADES PARA FUTURAS PESQUISAS

Neste trabalho, foi proposta uma nova abordagem para projetos de detectores para sensoriamento espectral para sistemas de rádios cognitivos em ambientes sob a influência de ruído impulsivo. Detectores *minimax* e *minimax* robustos, adaptativos ou não ao RI, projetados via otimização convexa, foram aplicados às técnicas de decisão baseadas em autovalores: ED, RLRT, ERD e GLRT.

Devido à influência do RI, os detectores foram projetados para que se adaptem a este problema de modo que o desempenho seja, sempre, superior aos detectores sem esta adaptação. As simulações foram realizadas comparando o desempenho dos detectores sem adaptação com o desempenho dos detectores adaptativos em diversos cenários.

Os resultados mostraram que, mesmo com forte presença de ruído impulsivo, os detectores adaptativos apresentaram um bom desempenho com valores de $P_d \cong 0{,}9$, o que representa uma boa capacidade de detecção do sinal do usuário primário, mesmo em um ambiente degradado.

Mesmo no cenário com ausência de ruído impulsivo, os resultados mostraram que os detectores adaptativos tem um desempenho semelhante aos dos detectores não adaptativos projetados com uma matriz **T** sem ruído e da curva ROC convencional (variação do limiar de decisão).

Entre as técnicas de sensoriamento estudadas, a técnica "cega" GLRT obteve um desempenho levemente superior às técnicas ED e RLRT (ou MED). De fato, o resultado das técnicas ED e RLRT foi muito influenciado pela substituição proposta da variância de ruído pela sua estimativa de máxima verossimilhança, pois se sabe que estas duas técnicas são muito sensíveis ao RI e sofrem da necessidade de usar a

variância do ruído térmico que, na prática, é difícil estimar se há presença de RI. E como a estimativa é feita por meio da média dos ($m–p$) autovalores da matriz de covariância de **Y**, estes autovalores tem uma capacidade inerente em refletir a presença do RI, trazendo uma melhora sensível de desempenho para estas técnicas. A técnica ERD (ou MMED) obteve o pior desempenho entre as técnicas, devido ao seu menor poder estatístico [9].

Concluiu-se também que, entre os detectores adaptativos, o desempenho do detector *minimax* robusto foi superior ao detector *minimax*, pois além de não demandarem do conhecimento, *a priori*, das distribuições da estatística de teste sob as duas hipóteses, são relativamente robustos às variações de SNR do canal e também às variações da intensidade de RI.

Por fim, a utilização da relação potência de pico-média (*PAPR*) para detecção do RI nas amostras do sinal recebido para determinar o uso das matrizes **T** nos detectores adaptativos se mostrou satisfatória, com uma probabilidade de acerto acima de 90% quando comparado com a informação real (I_{RI}). Isto na prática se torna uma vantagem para estes detectores adaptativos.

Para futuras pesquisas, seria desejável aperfeiçoar o projeto dos detectores robustos adaptativos para ambientes de SNR mais baixas, pois este ambiente será mais comumente encontrado na prática. Também seria interessante ampliar o estudo para adequação do projeto para ambiente com ruído impulsivo forte ($K \geq 10$).

Em [10] foi apresentado um modelo de sensoriamento orientado à implementação, o qual inclui as tarefas de processamento de sinal mais relevantes realizados por um receptor de rádio cognitivo real. O uso deste modelo, segundo os autores, apresenta uma situação mais realista quando comparado ao modelo convencional utilizado neste trabalho. Logo, seria interessante aplicar este modelo sugerido no estudo dos detectores adaptativos, e verificar se este novo modelo produz resultado com desempenhos atrativos.

As dificuldades encontradas para elaboração deste trabalho foram: o tempo longe da academia (14 anos), o estudo de otimização convexa devido a escassa bibliografia e a adaptação aos simuladores: *Mathcad* e *Matlab.*

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

[1] POOR, H. V., An Introduction to Signal Detection and Estimation. 2nd Ed. New York, USA: Springer-Verlag (a Dowden & Culver book), 1994.

[2] MCDONOUGH, R. N. AND WHALEN, A. D, Detection of Signals in Noise. 2nd Ed. San Diego, CA, USA: Academic Press, 1995.

[3] VAN-TREES, H. L., Detection, Estimation and Modulation Theory. Parts I-IV. New York, USA: Wiley Interscience, 2001-2002.

[4] KAY, S. M., Fundamentals of Statistical Signal Processing. Vol. I: Estimation Theory. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 1993.

[5] KAY, S. M., Fundamentals of Statistical Signal Processing. Vol. II: Detection Theory. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 1998.

[6] COUILLET, R. AND DEBBAH, M., Random Matrix Methods for Wireless Communications. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2011.

[7] MITOLA, J. AND MAGUIRE, G. Q. , "*Cognitive Radio: Making Software Radios More Personal*", IEEE Personal Comm., vol. 6, no. 4, pp. 13-18, 1999.

[8] KORTUN, A., et al.; "*On the Performance of Eigenvalue-Based Cooperative Spectrum Sensing for Cognitive Radio".* IEEE J. of Selected Topics In Signal Processing, vol. 5, no. 1, February 2011.

[9] NADLER, B., PENNA, F. and GARELLO, R.; "*Performance of Eigenvalue-based Signal Detectors with Known and Unknown Noise Level".* In: Proc. of the IEEE ICC, Kyoto, Japan, June 2011.

[10] GUIMARÃES, D. A., SOUZA, R. A. A. and BARRETO, A. N., "*Performance of Cooperative Eigenvalue Spectrum Sensing with a Realist Receiver Model Under Impulsive Noise*". J. Sens. Actuator Netw. 2013, 2, 46-69.

[11] BOYD, S. AND VANDENBERGHE, L., Convex Optimization, New York, USA: Cambridge University Press, 2010.

[12] PALOMAR, D. P. AND ELDAR, Y. C. (Eds.), Convex Optimization in Signal Processing and Communications. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2010.

[13] GUIMARÃES, D. A., RIBEIRO, C. F. A. C. AND SOUZA, R. A. A., "*Projeto de Detectores via Otimização Convexa para Sensoriamento Espectral em Rádios Cognitivos*", SBrT'12 Brasília, DF, Set. 2012.

[14] SOUZA, R. A. A., GUIMARÃES, D. A. AND ANJOS A. A., "*Simulation Platform for Performance Analysis of Cooperative Eigenvalue Spectrum Sensing with a Realistic Receiver Model under Impulsive Noise*", chapter of the book Vehicular Networking Technologies, Rijeka, Croatia: Intech, 2013.

[15] ANJOS A. A., SOUZA, R. A. A. AND GUIMARÃES, D. A., "*Plataforma para Simulação de Sensoriamento Espectral Cooperativo em Rádios Cognitivos*", SBrT'12 Brasília, DF, Set. 2012

[16] KANG, H. G., SONG, I., YOON, S. AND KIM, Y. H. "*A Class of Spectrum-Sensing Schemes for Cognitive Radio Under Impulsive Noise Circumstances: Structure and Performance in Nonfading and Fading Environments*," IEEE Trans.Veh. Tech. vol. 59, no. 9, pp.4322-4339, Nov. 2010.

[17] GRANT, M. AND BOYD, S. CVX: Matlab software for disciplined convex programming, version 1.22. *Disponível*: http://cvxr.com/cvx/download/,Feb. 2012.

[18] PANDER, T. "*Application of Weighted Myriad Filters to Suppress Impulsive Noise in Biomedical Signals*", TASK Quarterly, vol. 8, no. 2, pp. 199-216, 2004.

[19] SAARNISAARI, H. and HENTTU, P. "Impulse Detection and Rejection Methods for Radio Systems". Military Communications Conference 2003 MILCOM 2003 IEEE, vol. 2, pp. 1126-1131, 13-16 Oct.2003.

[20] CARRILLO, R. E., AYSAL, T. C. and BARNER, K. E. "A Theoretical Framework for Problems Requiring Robust Behavior".3rd IEEE Int. Workshop on Comp. Advances in Multi-Sensor Adaptive Proc. (CAMSAP), 2009.

[21] ZENG, Y., LIANG, Y.C., HOANG, A. T. AND ZHANG, R., "*A Review on Spectrum Sensing for Cognitive Radio: Challenges and Solutions*", EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, vol. 2010, pp.1-15, January 2010.

[22] ZENG, Y. H. and LIANG, Y.C. "*Eigenvalue based spectrum sensing algorithms for cognitive radio*", IEEE Trans. on Communications, vol. 57, no. 6, pp. 1784-1793, June 2009.

[23] ZENG, Y., LIANG, Y.C., ZHANG, R. "*Blindly combined energy detection for spectrum sensing in cognitive radio*", IEEE Signal Processing Letters, vol. 15, 2008.

[24] GHASEMI, A. and SOUSA, E.S. "*Spectrum Sensing in Cognitive Radio Networks: Requirements, Challenges and Design Trade-offs*", IEEE Communications Magazine, pp. 32-39, April 2008.

[25] CABRIC, D., MISHRA, S.M. and BRODERSEN, R.W.; "*Implementation Issues in Spectrum Sensing for Cognitive Radios".* In Conference Record of the Thirty-Eighth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 2004, 1:772 – 776 Vol.1, 2004.

[26] SONNENSCHEIN, A. AND FISHMAN, P. M. "*Radiometric detection of spread spectrum signals in noise of uncertainty power*," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 28, no. 3, pp. 654–660, Jul. 1992.

[27] SAHAI, A. AND CABRIC, D. "*Spectrum sensing: Fundamental limits and practical challenges*," in Proc. IEEE Int. Symp. New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks (DySPAN), Baltimore, MD, Nov. 2005.

[28] URKOWITZ, H. "*Energy detection of unknown deterministic signals*," Proc. IEEE, vol. PROC-55, no. 4, pp. 523–531, Apr. 1967.

[29] AKYILDIZ, I.F., LO, B. F. and BALAKRISHNAN, R.; "*Cooperative Spectrum Sensing in Cognitive Radio Networks: A Survey"*. Elsevier Physical Comm. 4, pp. 40-62, 2010.

[30] YUCEK, T., and ARSLAN, H.; "*A Survey of Spectrum Sensing Algorithms for Cognitive Radio Applications".* Communications Surveys Tutorials, IEEE 11, no. 1 (quarter 2009): 116-130.

[31] NETO, J. S. and GUIMARÃES, D. A., "*Sensoriamento Espectral Cooperativo Baseado em Autovalores para Rádios Cognitivos*", Revista Telecomunicações, Vol. 14, Nº 01 Jun. 2012.

[32] NEYMAN, J. and PEARSON, E.; "*On the Problem of the Most Efficient Tests of Statistical Hypotheses".* Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, 231: 289-337, 1933.

[33] MUIRHEAD, R. J. "*Latent roots and matrix variates: A review of some asymptotic results*" *Ann. Stat.*, vol. 6, no. 1, pp. 5-33, 1978.

[34] KRITCHMAN, S. and NADLER, B. "*Non-Parametric Detections of the Number of Signals: Hypothesis Testing and Random Matrix Theory*", *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 57, no. 10, pp. 3930–3941, 2009.

[35] CAMPONOGARA, E. Slides da disciplina de Otimização Convexa, UFSC, *Disponível*: http://www.das.ufsc.br/~camponog/Disciplinas/CVXOPT/,2010.

[36] LAGO-FERNÁNDEZ, J. and SALTER, J. "*Modeling Impulsive Interference in DVB-T: Statistical Analysis, Test Waveforms and Receiver Performance*". BBC R&D white paper WHP 080, Apr. 2004.

[37] MIDDLETON, D. "*Non-Gaussian Noise Models in Signal Processing for Telecommunications: New Methods and Results for Class A and Class B Noise Models*", IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 45, no. 4, pp. 1129-1149, May 1999.

[38] MANN, I., MCLAUGHLIN, S., HENKEL, W., KIRKBY, R. and KESSLER, T. "*Impulse Generation with Appropriate Amplitude, Length, Inter-Arrival, and Spectral Characteristics*". IEEE J. Sel. Areas Comm., vol. 20, no, 5, pp. 901-912, Jun. 2002.